IME IN PRIIMEK: ______________________ VPISNA ŠT: | | | | | | | | |

4. kolokvij iz ALGEBRE 1
20. maj 2009

1. [25] Prostor $\mathbb{R}^3$ opremimo s skalarnim produktom

$$\left\langle \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \right\rangle = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 6x_2y_2 - x_2y_3 - x_3y_2 + 2x_3y_3.$$

Poišči ortonormirano bazo podprostora

$$U = \mathcal{L}\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

in izračunaj pravokotno projekcijo vektorja $x = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ na podprostor U.

2. [25] Katero krivuljo v ravnini predstavlja enačba

$$13x^2 + 12xy - 3y^2 = 60\ ?$$

Poišči njene glavne osi in polosi ter jo nariši.

3. [25] Sebi adjungirana linearna preslikava $\mathcal{A}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ z determinanto -4 ima pozitivno dvojno lastno vrednost in velja

$$\mathcal{A}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči njeno matriko v standardni bazi prostora $\mathbb{R}^3$.

4. (a) [15] Dokaži: za vsak linearen funkcional $f\colon \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}$ obstaja natanko ena matrika $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, da velja $f(X) = \mathrm{sl}(AX)$.

(b) [10] Poišči A v primeru $f\colon \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}$,

$$f\left(\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}\right) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4.$$