

8. Domača naloga – Grupe, kolobarji, obsegi
Algebra 1, finančna matematika

1. Naj bo

$$\begin{aligned} G &= \{z \in \mathbb{C}; z = 2^k (\cos(m\pi\sqrt{2}) + i \sin(m\pi\sqrt{2})), k, m \in \mathbb{Z}\}, \\ H &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x, y \in \mathbb{Z}\}. \end{aligned}$$

Pokaži, da je preslikava $f: H \rightarrow G$, podana s pravilom

$$(x, y) \mapsto 2^x (\cos(y\pi\sqrt{2}) + i \sin(y\pi\sqrt{2})),$$

izomorfizem grup G in H .

2. Naj bo

$$\begin{aligned} G &= \left\{ A \in \mathbb{R}^{2,2}; A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 \right\}, \\ H &= \left\{ A \in G; A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}. \end{aligned}$$

Pokaži, da je G grupa za množenje matrik, H pa njena podgrupa edinka.

3. Dokaži:

(a) Grupa $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ ni izomorfna grupi \mathbb{Z}_4 .

(b) Grupa $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_5$ je izomorfna grupi \mathbb{Z}_{10} .

4. Dopolni tabelici seštevanja in množenja tako, da dobiš kolobar z enoto:

$+$	a	b	c	d	\cdot	a	b	c	d
a	a		c		a	a	a	a	a
b	b	c			b	a	b		
c			a		c	a		c	
d				c	d	a	d	c	

5. Sestavi tabelo za seštevanje, množenje in invertiranje v obsegu \mathbb{Z}_7

6. Izračunaj inverz elementa 17 v obsegu \mathbb{Z}_{37}