

Drugi izpit iz Analize 1

31. januar 2008

1. Pokaži, da je zaporedje $(a_n)_n$, podano s pravilom

$$a_n = \frac{2^n + (-2)^n}{3^n},$$

konvergentno. Od katerega člena naprej ležijo njegovi členi v $\varepsilon = \frac{1}{100}$ okolici limite?

2. Izračunaj limiti:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \operatorname{tg} x$

3. Točki $A(1, 4)$ in $B(3, 0)$ ležita na elipsi $2x^2 + y^2 = 18$. Na elipsi določi še točko C tako, da bo ploščina trikotnika ABC največja možna.

(*Nasvet:* Če so koordinate oglišč trikotnika enake (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , je njegova ploščina enaka polovici absolutne vrednosti de-

terminante $\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$.)

4. Izračunaj stacionarne točke funkcije $z = z(x, y)$ in določi njihov tip, če veš, da funkcija z zadošča enačbi

$$5x^2 + 5y^2 + 5z^2 - 2xy - 2xz - 2yz = 72.$$