

Tretji izpit - ANA1(F)
10.6.2009

1. Izračunaj limito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n^3 - 2}\right)^{n^{3/2}}.$$

2. Dana je funkcija

$$f(x) = 2 \ln x - \frac{2 \ln x}{x} - \ln^2 x.$$

- a) Pokaži, da ima f ničlo na intervalu $[e, e^2]$.
- b) Določi definicijsko območje D_f , limite v robovih definicijskega območja, stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja, ter nariši njen graf.

3. Dana ja funkcija

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}.$$

- a) Določi definicijsko območje D_f .
 - b) Določi največjo in najmanjšo vrednost, ki jo zavzame funkcija.
4. Pokaži, da ima zaporedje, podano s predpisom

$$a_{n+1} = 1 - a_n^2$$

in začetnim členom $a_0 = \frac{1}{2}$ dve stekališči, ter ju določi.

Nasvet: Zapiši rekurzivno zvezo, ki ji ustrežata podzaporedji lih in sodih členov in grafično obravnavaj konvergenco teh dveh zaporedij.

5. a) Zapiši zadostne pogoje za obstoj implicitne funkcije $y = y(x)$, ki pripada krivulji $F(x, y) = 0$ v okolici točke (a, b) .
- b) Pokaži, da v točkah s koordinato $x = -1$ krivulja

$$x^3 - x^2 y^2 - 8x + y - 5 = 0$$

zadošča tem pogojem. Poišči še enačbi tangenti na krivuljo v teh točkah.