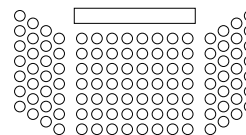


# Analiza 1 (F): 1. kolokvij

30.11.2011

Čas pisanja je 110 minut. Vse odgovore je potrebno dobro utemeljiti.  
Veliko uspeha!

Ime in priimek



Sedež (2.05)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Vpisna številka

|   |  |
|---|--|
| 1 |  |
| 2 |  |
| 3 |  |
| 4 |  |
| Σ |  |

## 1. naloga (25 točk)

Izračunaj limiti

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{2^n + n^5} - \sqrt{2^n + n^3} \right),$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin x}.$

## 2. naloga (25 točk)

Dano je zaporedje

$$a_n = \frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} \dots + \frac{1}{n^3}.$$

Z indukcijo pokaži, da za vsako naravno število  $n$  velja

$$a_n \leq \frac{3}{2} - \frac{1}{n(n+1)}.$$

Določi infimum in minimum zaporedja. Ali obstajata supremum in maksimum zaporedja?

### 3. naloga (25 točk)

Določi števili  $a$  in  $b$ , da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x+b} & ; x \in (-\infty, -\frac{\pi}{2}] \\ \frac{\sin ax}{\sin x} + 1 & ; x \in (-\frac{\pi}{2}, 0) \\ -\ln(x+1) + 3 & ; x \in [0, \infty) \end{cases}$$

zvezna, in skiciraj njen graf.

#### 4. naloga (25 točk)

Določi splošni člen rekurzivno podanega zaporedja

$$a_{n+3} = \frac{3}{4}a_{n+1} - \frac{1}{4}a_n, \quad a_0 = 3, \quad a_1 = 2, \quad a_2 = 2.$$

Poišči vsa stekališča tega zaporedja in ugotovi ali je zaporedje omejeno.