

Petnajsta domača naloga

- Določi in nariši definicijsko območje za naslednje funkcije:
(a) $f(x, y) = \arcsin \frac{x}{y}$, (b) $f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$,
(c) $f(x, y) = \ln(x + y)$, (d) $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{4 - y^2}$.
- Nariši nekaj nivojnic za naslednje funkcije:
(a) $f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x}}$, (b) $f(x, y) = \frac{2y}{x^2 + y^2}$,
(c) $f(x, y) = 1 - |x| - |y|$.
- Funkcija $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom $f(x, y) = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$.
(a) Poišči zalogo vrednosti funkcije f .
(b) Nariši nekaj nivojnic funkcije f .
(c) Kaj je presek grafa funkcije f z ravninama $x = 1$ oziroma $y = 0$?
(d) Skiciraj graf funkcije f .
- Naj bo f dvakrat zvezno odvedljiva funkcija ene spremenljivke. Definiramo funkcijo $g(x, y) = f(xf(y))$. Izračunaj vse parcialne odvode drugega reda funkcije g .
- Naj bo F dvakrat zvezno odvedljiva funkcija dveh spremenljivk. Definiramo funkcijo $h(x) = F(xe^x, \sin(x + x^2))$. Izračunaj drugi odvod funkcije h .
- Določi naslednje limite ali pa pokaži, da ne obstajajo:
(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,3)} (1 + xy)^{1/x}$, (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy(x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$,
(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \ln \frac{x - y^2}{y - x^2}$, (d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4}{x^2 + 3y^3}$.
- Z uporabo diferenciala funkcije dveh spremenljivk približno izračunaj:
(a) $(1, 02)^3(0, 97)^2$,
(b) $\sin(32^\circ) \cos(59^\circ)$.
- Dan je pravokotnik s stranicama $a = 4$ in $b = 3$. S pomočjo diferenciala izračunaj, za koliko se spremeni dolžina diagonale, če prvo stranico podaljšamo za 0, 2 in drugo skrajšamo za 0, 1.

9. Dana je funkcija dveh spremenljivk s predpisom

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x^2+y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

V katerih točkah je f zvezna? V katerih točkah je f diferenciable?