

Sedemnajsta domača naloga

1. Določi največjo in najmanjšo vrednost funkcije

$$f(x, y) = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$$

na množici

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2} \right\}.$$

2. Poišči točko v ravnini, za katero je vsota kvadratov oddaljenosti od premic $x = 0$, $y = 0$ ter $x - y + 1 = 0$ najmanjša.
3. (a) Poišči dve pozitivni števili, katerih vsota je 12, zmnožek pa maksimalen.
(b) Poišči tri pozitivna števila, katerih vsota je 12, zmnožek pa maksimalen.
4. Poišči maksimum funkcije

$$f(x, y) = \ln x + \ln y - \ln(1 + x) - \ln(x + y) - \ln(8 + y)$$

pri pogoju $x + y = 9$.

5. Poišči najkrajšo daljico med krivuljama $y = x^2$ in $x - y - 2 = 0$.
6. Poišči in klasificiraj kritične točke funkcije $z = z(x, y)$ podane implicitno z

$$x^3 - y^2 - 3x + 4y + z^2 + z - 8 = 0.$$

7. S pomočjo izreka o implicitni funkciji dokaži, da enačbi pri 1. in 2. nalogi v Šestnajsti domači nalogi v okolici ustreznih točk res določata funkciji z danima vrednostima.