Peta domača naloga

1. Po definiciji limite dokaži, da je
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+n+2^n} = 0.$$

2. Izračunaj naslednje limite:
   (a) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}+\sqrt[4]{n}+\sqrt[n]{4}}{1+\sqrt{3n^2+1}}$, (b) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n+n^6+\frac{1}{2^n}}}$,
   (c) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n\sqrt{n}\left(\sqrt[4]{n^2+1}-\sqrt{n}\right)$, (d) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}}{\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{4^n}}$,
   (e) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\sqrt[n]{3^{\sqrt{n^4+2}}}}$, (f) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3^n+4^n}$, (g) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2-2}\right)^{n^2+1}$,
   (h) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1+2^n}{2^n}\right)^n$, (i) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt[n]{3}+\frac{1}{n}\right)^n$.

3. Določi vsa stekališča zaporedij $(a_n)_n$, $(b_n)_n$ in $(c_n)_n$ podanih z:
$$a_n = (-1)^n\left(1+\frac{1}{n}\right), \quad b_n = \frac{n-1}{n+1}\sin^2\left(\frac{n\pi}{4}\right), \quad c_n = \left(\frac{n+(-1)^n}{n+10}\right)^n.$$

4. Poišči primer zaporedja (če obstaja), ki
   (a) je naraščajoče in konvergentno,
   (b) je naraščajoče in ima dve stekališči,
   (c) je neomejeno in konvergentno,
   (d) ima dve stekališči in je neomejeno,
   (e) ima dve stekališči in je konvergentno,
   (f) ima $\mathbb{N}$ za množico stekališč.