

Sedma domača naloga

1. Za naslednje podmnožice realne osi \mathbb{R} ugotovi, ali so odprte, zaprte, kompaktne, ter določi njihovo notranjost in zaprtje.

- (a) \mathbb{N} ,
- (b) $\mathbb{N} \cap [-100, 100]$,
- (c) $(0, 1] \cup [2, 3]$,
- (d) $\{\frac{1}{n^2}; n \in \mathbb{N}\}$,
- (e) \mathbb{Q} ,
- (f) $\mathbb{Q} \cap [0, 1]$.

2. Za naslednje podmnožice realne ravnine \mathbb{R}^2 ugotovi, ali so odprte, zaprte, kompaktne, ter določi njihovo notranjost in zaprtje.

- (a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x > 0, y > 0, x + y \leq 1\}$,
- (b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; 0 < x^2 + y^2 \leq 1\}$,
- (c) $\mathbb{N} \times \mathbb{R}$,
- (d) $[0, 1] \times (0, 1]$,
- (e) $[0, 1] \times \{0\}$,
- (f) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{(\frac{k}{n}, \frac{1}{n}); k = 0, 1, \dots, n\}$.

3. Po definiciji pokaži, da je funkcija $f(x) = \frac{x-1}{2(x+1)}$ zvezna v točki $x = 3$.

4. Dokaži, da je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & ; x \geq -1, \neq 0 \\ \frac{1}{2} & ; x = 0 \end{cases}$$

zvezna na definicijskem območju.