

Osma domača naloga

1. Določi naslednje limite (če obstajajo):

$$\begin{aligned} & \text{(a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}, \quad \text{(b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 1}{x^{1000} - 1}, \quad \text{(c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - x \right), \\ & \text{(d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2}, \quad \text{(e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x}{3x}, \quad \text{(f) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2}{\operatorname{tg}^3 x - \sin^3 x}, \\ & \text{(g) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}, \quad \text{(h) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2} \right)^x, \\ & \text{(i) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \sqrt{x+1} - \cos \sqrt{x} \right), \quad \text{(j) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 1}{x^3 - 1} \right)^{x^3 + 2x}, \\ & \text{(k) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \sin 2x}, \quad \text{(l) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + 5^x)}{\ln(1 + 3^x)}, \\ & \text{(m) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{1 - x^3}, \quad \text{(n) } \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x+5}{x^2 - 1} \right)^{\frac{16}{x-3}}. \end{aligned}$$

2. Ali lahko funkcijo $f(x) = \left(\frac{2x+1}{x+1}\right)^{2+\frac{1}{x}} \arctan\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ zvezno razširimo v 0? Kaj pa funkcijo $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$?

3. Določi realni števili a in b tako, da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} -2 \sin x & ; x \leq -\frac{\pi}{2} \\ a \sin x + b & ; -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x & ; x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

zvezna na \mathbb{R} . Pri teh a in b skiciraj njen graf.

4. Določi realni števili a in b , da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a \sin x - b \cos \frac{x}{2}}{\operatorname{tg} 3x} & ; \frac{2\pi}{3} < x < \pi \\ 1 & ; x = \pi \\ 2a(x - \pi) \operatorname{tg} \frac{x}{2} + b & ; \pi < x < 3\pi \end{cases}$$

zvezna na svojem definicijskem območju.