

2. naloga

Naj bo $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ zaporedje pozitivnih realnih števil.

a) Naj bo $\{s_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ zaporedje delnih vsot vrste $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ in $\{t_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ zaporedje delnih vsot vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_1 + \dots + a_n}$. Dokaži, da za vsaka $m < n$ velja

$$t_n - t_m \geq 1 - \frac{s_m}{s_n}.$$

b) Če vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergira, dokaži, da vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_1 + \dots + a_n}$$

tudi divergira.

3. naloga

Podana je potenčna vrsta

$$f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+n^2}.$$

- a) Določi konvergenčno območje \mathcal{D} potenčne vrste f .
- b) Ali je f zvezna funkcija na \mathcal{D} ? Odgovor utemelji.
- c) Utemelji, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ obstaja $f^{(n)}(0)$ in ga izračunaj.

4. naloga

Reši naslednji sistem diferencialnih enačb.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x - y - z \\ \dot{y} &= 3x - 2y - 3z \\ \dot{z} &= -x + y + 2z\end{aligned}$$