

ANALIZA 2 (FIN, IŠRM) - 2. kolokvij

26. 5. 2008

Ime in priimek:

Vpisna št.:

1. Za vsako od naslednjih vrst ugotovi, če absolutno konvergira, pogojno konvergira ali divergira. Odgovor utemelji.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n)!}{(3n)!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1-n}{1+n} \right)^{n^2}$$

2. Zapiši Taylorjev razvoj funkcije $f(x) = \frac{6}{(x-3)(x+3)}$ okrog $x = 1$ in določi njegov konvergenčni radij. Izračunaj še $f^{(2008)}(1)$.
3. Nariši parametrično podano krivuljo

$$x(t) = t^3 - t, \quad y(t) = \frac{1}{t^2 + 1}, \quad t \in \mathbb{R}$$

in izračunaj ploščino območja omejenega s sklenjenim delom te krivulje.

4. Dana je funkcija $f(x)$, ki je definirana z naslednjo funkcijsko vrsto

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(1 + \frac{x^2}{n^2} \right).$$

(a) Naj bo $M > 0$. Dokaži, da funkcijska vrsta za $f(x)$ enakomerno konvergira na $[-M, M]$.

(b) Ali je $f(x)$ zvezna na \mathbb{R} ? Odgovor utemelji.