

IME IN PRIIMEK: _____ VPISNA ŠT.:

--	--	--	--	--	--	--	--

PREDAVALNICA: _____ VRSTA: _____ SEDEŽ: _____

3. izpit iz Analize 2 (Finančna matematika)

11. september 2012

(1) Izračunaj naslednji posplošeni integral

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{2x} + e^x}{e^{3x} + 3e^{2x} + 3e^x + 2} dx.$$

Vse korake dobro utemelji!

(2) Izračunaj

$$\frac{d}{dx} \int_{\arcsin\left(\frac{x}{x^2+1}\right)}^{e^{x \cos(x^3)}} \frac{\ln(t^2 + 1)}{e^t + t} dt.$$

(3) Ravninska krivulja \mathcal{K} je v polarnem zapisu podana z $r(\varphi) = \cos \varphi$.

(a) Skiciraj krivuljo \mathcal{K} . Katera znana krivulja je to? Odgovor dobro utemelji!

(b) Izračunaj dolžino krivulje \mathcal{K} na intervalu $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

(4) Podana je funkcija $f(x) = \ln(1 + x)$.

(a) S pomočjo razvoja funkcije f v Taylorjevo vrsto okoli izhodišča dokaži, da za $x \in (0, 1)$ velja

$$x - \frac{x^2}{2} < \ln(1 + x) < x.$$

Odgovor dobro utemelji.

(b) S pomočjo točke (a) dokaži, da harmonična vrsta divergira.

(5) Funkcijo $f(x) = e^x$ razvij v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$. Utemelji, da vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$$

konvergira in jo izračunaj s pomočjo zgornjega razvoja. Izračunaj tudi vsoto vrste $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$.

Lahko si pomagaš z naslednjima integraloma.

$$\int e^{ax} \cos(bx) = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \cos(bx) + b \sin(bx)) + C \quad \text{in} \quad \int e^{ax} \sin(bx) = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2} (a \sin(bx) - b \cos(bx)) + C$$