

Analiza 2: 2. kolokvij

4. 6. 2014

Čas pisanja je 105 minut. Možno je doseči 85 točk. Vse odgovore dobro utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____

1	
2	
3	
4	
Σ	

Sedež (2.05)

Vpisna številka

1. naloga (15)

Dana je potenčna vrsta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{3^n n(n+1)}}.$$

Določi konvergenčni radij. Kako je s konvergenco v krajiščih konvergenčnega intervala? Odgovor utemelji.

2. naloga (20)

V eksplicitni obliki zapiši tisto rešitev diferencialne enačbe

$$(y^2 - x)dx + 2ydy = 0,$$

ki seka ordinatno os pri $y = -2$.

3. naloga

Dana je krivulja

$$x = \frac{3}{2}t^2, \quad y = \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{2}t(t^2 - 1)\right).$$

a) (13) Na krivulji določi točke z vodoravno ter navpično tangento, presečišča z abscisno ter ordinatno osjo in razišči obnašanje krivulje v limitah $t \rightarrow -\infty$ ter $t \rightarrow \infty$. Na osnovi teh podatkov skiciraj krivuljo.

b) (7) Določi kot, pod katerim krivulja seka samo sebe.

Pomoč: Najprej poišči oba naklonska koeficienta tangent v samopresečišču.

4. naloga

Dana je funkcijska vrsta

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(n+1)(1+x^{2n})^2}.$$

- a) (10) Določi vse $x \in \mathbb{R}$, pri katerih vrsta konvergira.
- b) (10) Dokaži, da je konvergenca enakomerna na vsakem intervalu $[0, a]$, kjer $0 < a < 1$.
- c) (10) Izračunaj posplošeni integral

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

Odgovor utemelji.