

# NEDOLOČENI INTEGRAL

1. Izračunaj naslednje nedoločene integrale.

(a)  $\int (a + bx^3)^2 dx$

(b)  $\int \operatorname{tg} x dx$

(c)  $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$

(d)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}}$

(e)  $\int \sqrt{1-x^2} dx$

2. Z integracijo po delih izračunaj naslednje integrale.

(a)  $\int \ln x dx$

(b)  $\int x \ln x dx$

(c)  $\int x \cos(3x) dx$

(d)  $\int x^2 \sin x dx$

(e)  $\int x^2 e^x dx$

(f)  $\int \sin(\ln x) dx$

(g)  $\int \sqrt{1+x^2} dx$

3. Izračunaj integrale naslednjih racionalnih funkcij.

(a)  $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)(x+3)}$

(b)  $\int \frac{x dx}{(x-1)(x+1)^2}$

(c)  $\int \frac{x^2 - x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$

(d)  $\int \frac{dx}{x^2 + x + 3}$

(e)  $\int \frac{dx}{x(x^7 + 1)}$

4. Izračunaj naslednje integrale.

(a)  $\int \frac{dx}{\sin x}$

(b)  $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$

(c)  $\int \frac{1 - \sin x + \cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx$

(d)  $\int \frac{\cos x + \sin x}{1 + \sin x - \cos x} dx$

(e)  $\int \frac{1}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x} dx$

(f)  $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x - 6 \sin x + 5} dx$

(g)  $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cos^3 x}}$

5. Izračunaj naslednje integrale.

(a)  $\int \sin^3 x \cos^{16} x dx$

(b)  $\int \sin^3 x \cos^5 x dx$

(c)  $\int \sin^2 x \cos^4 x dx$

6. Izračunaj naslednje integrale.

(a)  $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$

(b)  $\int \frac{x-1}{\sqrt{-x^2+4x-3}} dx$

(c)  $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}$

(d)  $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2}}$

(e)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}-\sqrt[4]{2x-1}}$

(f)  $\int \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$

7. Izračunaj naslednje nedoločene integrale.

(a)  $\int \frac{x-1}{x^3+x^2+x^2\sqrt{x+x}\sqrt{x}} dx$

(b)  $\int \frac{x-2\sqrt{1-x^2}}{3x\sqrt{1-x^2}-2+2x^2} dx$

(c)  $\int \frac{e^{2x}+e^x}{e^{3x}+3e^{2x}+3e^x+2} dx.$

8. Reši naslednje diferencialne enačbe z ločljivimi spremenljivkami.

(a)  $y' = xy, y(0) = 1$

(b)  $y' = y^{\frac{2}{3}}, y(1) = 0$

(c)  $xy' = (1 - 2x^2)\operatorname{ctg}y$

(d)  $y' \cos y = \sin^2 y - 6 \sin y + 5$

9. Reši naslednje linearne diferencialne enačbe.

(a)  $y' - \frac{\sqrt{x}}{x+2}y = 0$

(b)  $y' + y \operatorname{tg}x = \frac{1}{\cos x}, y(0) = 2$

(c)  $y' = x + \frac{y}{x}$

(d)  $(x+1)y' + y = e^{2x-1}, y(1) = e.$

10. Reši naslednje Bernoullijeve diferencialne enačbe.

(a)  $y' + xy = x\sqrt{y}$

(b)  $y^2y' + x^2y^3 = x^2$

(c)  $y' + y \operatorname{tg}x + 2y^2 \sin x = 0$

(d)  $3y' + y = 3e^xy^4, y(0) = \frac{1}{2}$

11. V sodu je 10 litrov čiste vode. Vsako minuto vanj priteče 2 litra raztopine soli 30 dag/l in po premešanju enaka količina odteče. Koliko soli bo v sodu po petih minutah?

12. Poišči vse take funkcije, da je abscisa preseka tangente z abscisno osjo dvakrat manjša od abscise dotikališča.