

3. IZPIT IZ ANALIZE III

29. avgust 2013

Čas pisanja je 90 minut. Možno je doseči 100 točk. Odgovore dobro utemeljite. Veliko uspeha!

1. naloga

Naj bo (M, d) metrični prostor. Na $M \times M$ definiraj predpis

$$d^*(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}.$$

Dokaži, da je (M, d^*) omejen metrični prostor.

2. naloga

Naj bo krivulja $\gamma \subset \mathbb{R}^3$ dobljena tako, da iz točke $(4, -2, 1)$ potujemo (naravnost) proti točki $(11, 5, -4)$, dokler ne opravimo poti dolžine 3. Naj bo hkrati $F(x, y, z) = (10xyz + 3 \sin x, 5x^2z, 5x^2y)$. Ugotovi, ali je polje F potencialno, in izračunaj

$$\int_{\gamma} F dr.$$

3. naloga

Izračunaj ploščino in težišče lika v \mathbb{R}^2 , omejenega s krivuljo $x^2 + y^4 = 1$.

4. naloga

Poišči vsa *kompleksna* števila z , za katera velja $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$.