

3. 2. 2012

Čas pisanja je 90 minut. Možno je doseči 100 točk. Odgovore dobro utemeljite. Veliko uspeha!

1. naloga

S pomočjo izreka o fiksno točki poišči vse realne rešitve enačbe

$$x^2 + \sin x = 2.$$

2. naloga

(a) Ali je vektorsko polje $\vec{F}(x, y, z) = (y + z, x + z, x + y)$ potencialno? Če je, izračunaj njegov potencial. (b) Izračunaj integral $\int_c \vec{F} d\vec{s}$ po krivulji c , ki je dana s parametrizacijo

$$c(s) = e^{-x}(\cos(x), \sin(x), 1), \quad x \in [0, 2\pi].$$

Krivulja naj bo orientirana skladno s parametrizacijo.

3. naloga1. Naj bo $\alpha \in \mathbb{R}$. Izračunaj integral

$$I = \int_{\mathbb{R}} e^{-(s+i\alpha)^2} ds.$$

2. Dokaži, da za vsak $\alpha \in \mathbb{R}$ velja

$$\int_{\mathbb{R}} e^{-s^2} \cos(2\alpha s) ds = e^{-\alpha^2} \sqrt{\pi}.$$

4. nalogaReši diferencialno enačbo $y'' - 2y + 10y = 6e^x \cos(3x)$ pri pogoju $y(0) = y'(0) = 0$.