

FINANČNA MATEMATIKA, DRUGI KOLOKVIJ IZ ANALIZE 3
11.1.2010

1. NALOGA

Prepričaj se, da predpis

$$\vec{r}(t) = (\arctg(t), \log(1+t^2), \sqrt{3} \arctg(t))$$

podaja parametrizacijo regularne gladke krivulje in izračunaj enačbo pritisnjene ravnine pri $t = 1$.

2. NALOGA

Podana sta ravninsko vektorsko polje

$$\vec{F}(x, y) = \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$$

in ravninska krivulja $K = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$.

- (a) Izračunaj integral $\int_K \vec{F} \cdot d\vec{r}$ (K orientiraj pozitivno) po definiciji.
- (b) Ali je za izračun mogoče uporabiti Greenovo formulo?

3. NALOGA

Zgornja (zaprta) enotska hemisfera

$$S_+ = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$$

je orientirana tako, da je normalni vektor v točki $(0, 0, 1)$ enak $(0, 0, 1)$.

Izračunaj integral vektorskega polja

$$\vec{F}(x, y, z) = (5x^3 + 12xy^2, y^3 - e^y \cos z, e^{x^2+y^2} + e^y \sin z)$$

po ploskvi S_+ .

Nasvet: Izračunaj ploskovni integral polja \vec{F} po enotskem krogu v ravnini $z = 0$ in uporabi Gaußov izrek.

4. NALOGA

Izračunaj vrednost izlimitiranega integrala:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(2x)}{1+x+x^2} dx.$$

Nasvet: Pomagaj si s kompleksno funkcijo $f(z) = \frac{e^{2z}}{z^2+z+1}$.