

2. KOLOKVIJ IZ ANALIZE III

14. januar 2013

Čas pisanja je 90 minut. Možno je doseči 100 točk. Odgovore dobro utemeljite. Veliko uspeha!

1. naloga

Naj bo D pokončni stožec z višino h z osjo vzporedno z osi in naj bo osnovna ploskev O dana z $\{(x, y, 0), x^2 + y^2 \leq R^2\}$. Naj bo rob valja S orientiran z zunanjo normalo. Izračunaj pretok vektorskega polja $\vec{F} = (yz, xz, xy)$ skozi S , O in $S \setminus O$.

2. naloga

Dano je vektorsko polje $\vec{F} = (yz, xz, xy)$. Ugotovi, ali je potencialno in če je, izračunaj njegov potencial. Naj bo

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{25} = 1\}$$

orientirana z zunanjo normalo. Izračunaj delo, ki ga sila \vec{F} opravi po

1. poti, ki je rob dela S v 1. oktantu;
2. poti, ki je rob dela S v zgornjem polprostoru;
3. poti, ki je presek S in polravnine $z = 3, x \geq 6\sqrt{3}/5$.

Orientacija je skladna z orientacijo S .

3. naloga

Ali obstaja cela funkcija f , ki zadošča pogoju

1. $f(|z|) = z^2$ za vsak $z \in \mathbb{C}$?
2. $f(z^2) = |z|$ za vsak $z \in \mathbb{C}$?

4. naloga

Naj bosta m, n celi števili. Izračunaj integral

$$\int_{S(0,1)} e^{mz^n} dz.$$