

1. naloga

Izračunaj odvod funkcije

$$I(a) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-ax^4} - e^{-x^4}}{x^4} dx.$$

Za katere a je funkcija definirana?**2. naloga**Ugotovi, za katere a in b je integral

$$F(a, b) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x^4} dx$$

definiran.

3. nalogaNaj bosta $a, b > 0$, $n \in \mathbb{N}$. Z odvajanjem po parametru izračunaj integral

$$I(n, a, b) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-ax^n} - e^{-bx^n}}{x} dx.$$

4. nalogaUgotovi, za katere a integral

$$h(a) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{arctg}(a \operatorname{tg}(x))}{\operatorname{tg}(x)} dx$$

obstaja in ga izračunaj.

5. nalogaZa katere u je definirana funkcija

$$h(u) = \int_0^1 x^{u-1} dx?$$

Z odvajanjem funkcije h izračunaj integrale

$$\int_0^1 x^{u-1} \log(x) dx, \quad \int_0^1 x^2 \log^2(x) dx \quad \text{in} \quad \int_0^1 \log^4(x) dx.$$

6. naloga

Izračunaj odvod funkcije

$$f(x) = \int_{x^2}^{2x^2} \frac{1}{y} \sin(xy) dy$$

za $x \neq 0$.

7. naloga

Izračunaj

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + x)e^{-|x|^3+1} dx$$

in

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x^3 - 2x^2 + x)e^{-(x-1)^2} dx.$$

8. naloga

Izračunaj integrale

$$\int_0^{2\pi} |\sin(x)|^{-\frac{1}{2}} \cos^2(x) dx, \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) |\cos(x)|^{-\frac{1}{3}} dx.$$

in

$$\int_0^{\pi} \sin^4(x) \cos^7(x) dx, \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^4(x) \cos^7(x) dx.$$

9. naloga

S pomočjo funkcije beta izračunaj integrale

$$\int_1^{\infty} (x^3 - 1)^{-\frac{1}{2}} x^{-1} dx, \quad \int_1^{\infty} (x^5 - x)^{-\frac{1}{2}} dx, \quad \text{in} \quad \int_1^{\infty} (x^7 - x^3)^{-\frac{2}{3}} x^{-2} dx.$$

10. naloga

Izračunaj integral funkcije $f(x, y) = \sqrt{y(2-x)}$ po območju, omejenem z $y = 2x$ in $y = x^2$.

11. naloga

Izračunaj integral $\int_D \sqrt{1+x^2+y^2} dx dy$ po delu območja $x^2 + y^2 \leq 9$ v drugem kvadrantu med premicama $y = 0$ in $y = -x$.

12. naloga

Izračunaj integral $\int_D x^2 y^2 z^2 dV$, kjer je D območje $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

13. naloga

Preslikava

$$F(u, v) = \left(u\sqrt{v/(1+u^2)}, \sqrt{v/(1+u^2)} \right)$$

preslika pravokotnik $[-1, 1] \times [1, 2]$ na območje G . Nariši območje G in izračunaj

$$\int_G xy dx dy$$

14. naloga

Izračunaj maso telesa, ki ga omejujeta ploskvi

$$x^2 + y^2 + 4x = 0 \text{ in } x^2 + y^2 + 16z^2 = 16,$$

če je gostota $\rho(x, y, z) = |xz|$.

15. naloga

Izračunaj volumen preseka valja $x^2 + y^2 \leq 1$ in stožca $y^2 + z^2 \leq x^2$.

16. naloga

Območje D omejujejo $z = x^2 + y^2$, $z = xy$, $x^2 + y^2 \leq 1$, $x, y \geq 0$. Izračunaj

$$\int_D xyz dV.$$

17. naloga

Izračunaj volumen območja omejenega z $y = x^2 + y^2$ in $2x + 2y + z = 5$.

18. naloga

Izračunaj maso dela elipsoida

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 + \left(\frac{z}{2}\right)^2 = 1$$

ki leži v polprostoru $z - x \geq 0$, če je njegova gostota enaka $\rho(x, y, z) = 2z + 2$. Nasvet: uvedi nove spremenljivke: $u = (x + z)/\sqrt{2}$, $v = y$, $w = (z - x)/\sqrt{2}$.