

VAJE IZ VEKTORSKE ANALIZE

- 0.1** Izračunaj gradient funkcije  $f(x, y, z) = x^2y^2z^3$ .
- 0.2** Izračunaj rotor vektorskega polja  $\vec{F} = (2xz, 2yx, 3xy)$ . Ali je polje potencialno?
- 0.3** Če je polje  $\vec{f} = (x^2 - 2yz, y^2 - 2xz, y^2 - 2xy)$  potencialno, izračunaj njegov potencial.
- 0.4** Če je polje  $\vec{f} = (1 - 1/y + y/z, x/z + x/y^2, -xy/z^2)$  potencialno, izračunaj njegov potencial.
- 0.5** Izračunaj dolžino krivulje, parametrizirane s  $(t^2, (2/3)t^3)$ ,  $t \in [0, a]$ .
- 0.6** Izračunaj dolžino krivulje, parametrizirane s  $(t, t^2, (2/3)t^3)$ ,  $t \in [0, 2]$ .
- 0.7** Parametriziraj krivuljo, ki je presek ploskev  $y = x^2$ ,  $3z = 2xy$ .
- 0.8** Parametriziraj krivuljo, ki je presek ploskev  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ ,  $x^2 + y^2 = 2x$ .
- 0.9** Izračunaj dolžino krivulje, parametrizirane s  $(e^{-t} \cos t, e^{-t} \sin t, e^{-t})$ ,  $t \in [0, \infty)$ . Krivuljo tudi skiciraj.
- 0.10** Izračunaj delo, ki ga opravi sila  $\vec{F}$  na poti  $\gamma$ , če je
- (1)  $\vec{F} = (y^2, -x^2)$ ,  $\gamma$  : daljica od  $(0, 1)$  do  $(1, 0)$ , (R:  $-2/3$ ),
  - (2)  $\vec{F} = (xy, 0)$ ,  $\gamma$  : del parabole  $x = y^2$  med od  $(1, -1)$  in  $(1, 1)$ , (R:  $4/5$ ),
  - (3)  $\vec{F} = (-y^3, x^3)$ ,  $\gamma$  : en obhod po krogu  $x^2 + y^2 = a^2$ , (R:  $(3/2)a^4\pi$ )
  - (4)  $\vec{F} = (x^3, 3zy^2, -x^2y)$ ,  $\gamma$  : daljica od  $(3, 2, 1)$  do  $(0, 0, 0)$ , (R:  $-87/4$ ),
  - (5)  $\vec{F} = (z, x, y)$ ,  $\gamma$  :  $(a \sin t, a \cos t, at)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ , (R:  $-\pi a^2$ ).
- 0.11** Z uporabo Stokesovega izreka izračunaj delo, ki ga opravi sila  $\vec{F}$  na sklenjeni poti  $\gamma$ , če je
- (1)  $\vec{F} = (y - z, z - x, x - y)$ ,  $\gamma$  : pozitivno orientiran rob trikotnika, ki ga odreže ravnina  $x/a + y/b + z/c = 1$  v prvem oktantu.
  - (2)  $\vec{F} = (z^2, x^2, y^2)$ ,  $\gamma$  : pozitivno orientiran rob sferičnega trikotnika, ki ga odreže sfera  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  v prvem oktantu.
  - (3)  $\vec{F} = (y^2, z^2, x^2)$ ,  $\gamma$  : presek sfere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  in valja  $x^2 + y^2 = ax$ .
- 0.12** Izračunaj pretok vektorskega polja  $\vec{F}$  po ploskvi  $S$  če je
- (1)  $\vec{F} = (x, y, z)$ ,  $S$  : trikotnik, ki ga odrežejo koordinatne ploskve od ravnine  $x - y + z = 1$  v prvem oktantu.
  - (2)  $\vec{F} = (z^2, x^2, y^2)$ ,  $S$  : z zunanjo normalo orientiran sferični trikotnik, ki ga odreže sfera  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  v prvem oktantu.
  - (3)  $\vec{F} = (z^2, x^2, y^2)$ ,  $S$  : z zunanjo normalo orientiran plašč valja  $x^2 + y^2 = R^2$ ,  $z \in [0, h]$ ,
  - (4)  $\vec{F} = (y^2, x^2, x^2y^2)$ ,  $S$  : z zunanjo normalo orientirana zgornja ploskva  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ ,  $z \geq 0$ .