Prvi izpit iz Analize 3
6. junij 2008

1. Reši enačbo $x^2y^3 + y + (x^3y^2 - x)\, y' = 0$.

2. Naj za realno 3×3 matriko A velja $A^t = -A$. Privzemimo, da funkcija $X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ zadošča difererencialni enačbi
$$\frac{dX}{dt}(t) = AX(t)\,.$$
   (a) Pokaži, da je $\|X(t)\|$ neodvisna od t.
   (b) Pokaži, da če je $v \in \ker A$, potem je tudi $X(t)v$ neodvisen od t.
   (c) Izračunaj $\det A$.
   (d) S pomočjo prejšnjih točk izpelji, da je zaloga vrednosti funkcije X vsebovana v neki krožnici v $\mathbb{R}^3$.

3. Določi potrebne in zadostne pogoje za števila a, b, c; $a \neq 0$, da bo vsaka rešitev diferencialne enačbe
$$ay'' + by' + cy = (5x^2 - 3)\, e^{-x^2/2}$$
omejena na $\mathbb{R}$.

4. S pomočjo Laplaceove transformacije reši enačbo
$$xy'' + (3x - 1)y' - (4x + 9)y = 0$$
ob pogoju $y(0) = 0$.

Odgovore dobro utemelji.