

Drugi izpit iz Analize 3
24. junij 2008

1. Poišči funkcije $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$, ki zadoščajo naslednjemu pogoju. Izberimo poljuben $x > 0$. Naj bo P pravokotnik s stranicama dolžine x ter y_0 , kjer točka $(0, y_0)$ leži na tangenti na graf funkcije f v točki x . Ploščina P naj bo enaka $3/4$ ploščine lika med abscisno osjo in krivuljo $y = f(t)$ za $t \in (0, x)$.

2. Reši enačbo $(3xy^2 - y) dx + (x + 2y + y^2) dy = 0$.

Nasvet: lahko poskusiš najti integrirajoči množitelj; le-ta je odvisen zgolj od ene spremenljivke.

3. Reši sistem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x - y + z \\ \dot{y} &= -x + 2y \\ \dot{z} &= -x + y + z \end{aligned}$$

4. S pomočjo Laplaceove transformacije reši enačbo

$$xy'' + 3xy' - 3y = 0$$

ob pogoju $y(0) = 0$. Upoštevaj, da po Laplaceovi transformaciji enačba še vedno ostane diferencialna, le da prvega reda.

Odgovore dobro utemelji.