

### Izpit iz Analize 3 (3. letnik PM-TM-UM)

10. junij 2009

1. Reši enačbo  $y' + y^2 - 2y \sin x + \sin^2 x - \cos x = 0$ .

Nasvet: najprej ugani eno rešitev.

2. Dokaži, da ima enačba

$$y' = 3xy + \frac{y}{1+y^2}, \quad y(0) = 1$$

natanko eno rešitev na intervalu  $[0, 1]$ .

3. Imejmo sistem  $\dot{\vec{x}} = A\vec{x}$ , kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Reši ta sistem brez substitucije (torej brez prevedbe na enačbo 2. reda).

4. Naj bo  $q$  realni polinom,  $a, b, c$  pa enako predznačena neničelna realna števila. Imejmo enačbo

$$ay'' + by' + cy = q(x)e^{-x^2}.$$

Pokaži, da je vsaka rešitev te enačbe absolutno integrabilna na  $(0, \infty)$  v izlimitiranem smislu.

Navodilo:

- Pokaži, da lahko privzamemo, da so  $a, b, c$  pozitivna števila.
- Najprej reši enačbo za primer  $q = 0$ .
- S pomočjo točke (b) zapiši rešitev enačbe za splošen  $q$ .
- Pokaži, da je rešitev integrabilna. (Pri točkah (b) in (c) se pojavi več različnih primerov; dovolj je, če natančno obravnavaš enega.)

Odgovore dobro utemelji.