

Izpit iz Analize 3

10. junij 2010

1. Poišči vse rešitve enačbe $2x^2y' + y = 1$

(a) na $(0, \infty)$

(b) na \mathbb{R} .

2. Družini krivulj $y = x - 1 + ce^{-x}$ najdi ortogonalno družino.

3. Dokaži Gronwallovo neenakost:

Če je g zvezna realna funkcija na intervalu $[0, a]$ (ne nujno odvedljiva), za katero ob neki konstanti C velja

$$g(t) \leq C + \int_0^t g(s) ds$$

za $t \in [0, a]$, tedaj je

$$g(t) \leq Ce^t.$$

Nasvet: obravnavaj funkcijo $y(t) = \int_0^t g(s) ds$.

4. Poišči ekstremale funkcionala

$$I(y) = \int_1^2 (x^2y'^2 + 2y^2) dx.$$

pri pogojih $y(1) = 0$, $y(2) = 1$.

Odgovore dobro utemelji.