

ANALIZA 4(fin) - 2. pisni izpit

22. 6. 2011

Vpisna št.:

Ime in priimek:

1. Poišči vse ekstremale funkcionala

$$I[y] = \int_1^2 (x^2 y'^2 + 6y^2) dx$$

na prostoru funkcij, ki ustrezajo pogoju

$$y(2) = 1.$$

2. Poišči rešitev NDE

$$\left(\frac{y''}{18}\right)^3 = \frac{y}{3},$$

ki zadošča pogojem $y(0) = -3$, $y'(0) = -9$.

3. (a) Naj $X(t)$ pomeni število osebkov na otoku X ob času t ter podobno $Y(t)$ za otok Y. Na časovno enoto se iz tistega otoka (med X in Y), ki ima večjo populacijo, preseli na otok z manjšo populacijo delež $\alpha > 0$ razlike populacij otoka z večjo populacijo ter tistega z manjšo. Dodatno se ob času $t = 100$ na otok Y priseli $N > 0$ ljudi. Zapiši sistem NDE za $X(t), Y(t)$, ki opisuje ta populacijski model.
- (b) Določi časovno odvisnost populacij na obeh otokih, če sta ob času $t = 0$ obe populaciji enaki 100 in je $\alpha = 1/10$ ter $N = 200$.

4. Reši naslednjo nalogo za funkcijo $u = u(x, y, t)$:

$$u_{tt} + u_t = \Delta u, \quad (x, y) \in \Omega := (-1, 1)^2, \quad t > 0,$$

$$u(x, y, t) = 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega, \quad t > 0,$$

$$u(x, y, 0) = 0, \quad (x, y) \in \Omega.$$

$$u_t(x, y, 0) = y, \quad (x, y) \in \Omega,$$