

ANALIZA 4(fin) - 3. pisni izpit

2. 9. 2011

Vpisna št.:

Ime in priimek:

1. Ob času $t = 0$ je v sodu A mešanica 100 kg vode in 10 kg soli, v sodu B pa 100 kg vode. Vsako minuto

- iz soda A v modri kozarec zajamemo 1 l tekočine, v rdečega pa 1 l iz soda B
- rdeči kozarec zlijemo v sod A, modrega v sod B
- tekočine v obeh sodih dobro premešamo

Ob času $t = 1000$ (minut) v sod A dodamo 2 kg soli. Če $A(t)$ označuje količino soli (v kg) v sodu A ob času t (minut) in podobno velja za $B(t)$, zapiši sistem NDE za $A(t), B(t)$ z začetnimi pogoji in ga reši.

2. Dan je sistem NDE

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -e^x + e^{2x}.$$

Določi prvi integral sistema, stacionarne točke ter njihovo klasifikacijo in skiciraj fazni portret.

3. Poišči funkcijo $u = u(x, y)$, ki zadošča kvazilinearni PDE 1. reda

$$uu_x + yuu_y = x$$

in velja $u(s, s^2) = 2s, \forall s$.

4. S pomočjo Laplacove transformacije reši naslednjo nalogo za $u = u(x, t)$

$$u_t - u_{xx} = x(1 - t)e^{-t}, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0,$$

$$u(x, t = 0) = 0, \quad x \in \mathbb{R}.$$