

ANALIZA 4(fin) - 1. kolokvij

9. 12. 2010

Ime in priimek:

Vpisna št.:

1. (a) [10] Opazujmo populacijo lemingov na fjordu. Če na časovno enoto na fjord pride $N > 0$ lemingov in delež $\alpha > 0$ celotne populacije na fjordu naredi samomor s skokom v morje, določi diferencialno enačbo, ki ji zadošča $L(t)$ (= št. lemingov na fjordu).
- (b) [15] Če je število lemingov na fjordu ob času $t = 0$ enako N_0 , določi
 - pri katerih vrednostih N_0 populacija pada,
 - pri katerih vrednostih N_0 populacija raste ter
 - pri katerih vrednostih N_0 se število lemingov ne spreminja.

V vsakem od gornjih treh režimov izračunaj tudi $\lim_{t \rightarrow \infty} L(t)$.

2. [25] Poišči splošno rešitev DE

$$y' = xy + \frac{x^2}{y}.$$

3. [25] Poišči rešitev naslednjega sistema DE

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 4x + y + \delta(t - 10) \\ \dot{y} &= 2x + 3y + \delta(t - 10)\end{aligned}$$

pri začetnih pogojih $x(0) = y(0) = 0$.

4. Dan je naslednji sistem DE

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 2x - 4x^3\end{aligned}$$

(a) [25] Skiciraj fazni portret!

Pomoč: To nalogo lahko rešiš s pomočjo stacionarnih točk, linearizacije sistema okrog le-teh ter krivulj $\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 0$ ali pa s pomočjo prvega integrala sistema.

(b) [10] (**dodatna naloga**) Na faznem portretu označi vse orbite, ki niso periodične in za vsako od njih zapiši eksplisitno rešitev gornjega sistema.