

Tretji kolokvij iz Analize 3
28. marec 2008

1. S pomočjo metode variacije konstant reši enačbo

$$x^3(y'' - y) = x^2 - 2.$$

(V spodbudo: čeprav morda na začetku ne kaže, je rešitev elementarna.)

2. Na intervalu $[1, T]$ rešujemo enačbo

$$y'' = -\frac{3}{x^2}y$$

ob robnih pogojih $y(1) = y(T) = 0$. Za katere $T > 1$ imamo tudi netrivialno rešitev?

3. [5+20]

- (a) Ob izbranem $n \in \mathbb{Z}$ je podana enačba

$$e^{1/z}y'' + z^n y' - 4e^{1/z}y = 0.$$

Razišči regularnost oz. singularnost izhodišča.

- (b) V okolici izhodišča reši enačbo

$$2z^2y'' - z(1 + 2z)y' + (1 + 4z)y = 0.$$

4. Pokaži, da obstaja takšna rešitev $\vec{r}(t)$ sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= 2x + 3z \\ \dot{z} &= 4y - 5x,\end{aligned}$$

za katero velja

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} |\vec{r}(t)| = \infty, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |\vec{r}(t)| = 0.$$

Odgovore dobro utemelji.