

**Tretji kolokvij iz Analize 3**  
**30. marec 2009**

1. Naj  $\mathbf{x}(t)$  reši sistem  $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$ , kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 7 & 2 \\ -3 & -8 & 4 \end{bmatrix}.$$

Dokaži, da se, potujoč po krivulji  $\mathbf{x}(t)$ , s časom čedalje bolj oddaljujemo od izhodišča.

2. Reši sistem  $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$ , kjer je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

3. V okolici izhodišča reši nalogo

$$z^2 y'' + (z^2 - z)y' + y = 0.$$

4. Imejmo kompleksni števili  $a, b \in \mathbb{C}$ , pozitivni števili  $\delta, \varepsilon$  ter biholomorfno preslikavo  $\varphi : B(a, \delta) \rightarrow B(b, \varepsilon)$ , ki eno središče slika v drugo. Naj bo  $u$  dvakrat odvedljiva na  $B(b, \varepsilon)$ . Privzemimo, da funkcija  $v := u \circ \varphi$  reši diferencialno enačbo

$$v'' + pv' + qv = 0 \tag{1}$$

v okolici točke  $a$ .

- (i) Najdi homogeno linearno diferencialno enačbo 2. reda, ki jo funkcija  $u$  reši v okolici točke  $b$ .
- (ii) Če je točka  $a$  pravilna singularnost za (1), pokaži, da je točka  $b$  pravilna singularnost za enačbo iz prejšnje vrstice.
- (iii) Ugotovi, ali se pri opisani transformaciji nujno ohranjajo karakteristični eksponenti.

**Odgovore dobro utemelji.**