

## ANALIZA 4(fin) - testni 1. kolokvij

Ime in priimek:

Vpisna št.:

1. Opazujmo naslednji populacijski model prebivalstva na otokih X in Y: populacijski model za prebivalstvo na vsakem od otokov je eksponentni, dodatno velja, da ljudje med otokoma v izogib preveliki populaciji vsakega otoka migrirajo v smeri "otok z večjo populacijo  $\rightarrow$  otok z manjšo populacijo". Natančneje, na časovno enoto

- na otoku X rodi (enega) otroka delež  $r$  vseh žensk na otoku X,
- na otoku Y rodi (enega) otroka delež  $r$  vseh žensk na otoku Y,
- na otoku X umre delež  $s$  ljudi na otoku X,
- na otoku Y umre delež  $s$  ljudi na otoku Y,
- z otoka z večjo populacijo migrira na otok z manjšo populacijo delež  $\alpha$  (absolutne vrednosti) razlike populacij na otokoma.

Predpostavimo, da je ves čas polovica prebivalstva ženskega spola in druga polovica moška ter so  $r, s, \alpha > 0$ .

(a) Če  $X(t)$  in  $Y(t)$  pomenita št. prebivalcev otoka X oz. Y ob času  $t$ , zapiši sistem DE za ta model in poišči splošno rešitev.

(b) Pri vrednosti parametrov  $r = 6/100, s = 3/100, \alpha = 5/100$  in začetnih vrednostih  $X(0) = 1000, Y(0) = 0$  reši sistem in nariši grafa funkcij  $X(t), Y(t)$ .

2. Poišči splošno rešitev DE

$$y' = xy + x^3y^2.$$

3. Z Laplacovo transformacijo poišči splošno rešitev naslednje DE

$$y'' - 6y' + 9 = 3\delta(x - 100), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

4. Dan je naslednji sistem DE

$$\dot{x} = x + y - x(x^2 + y^2), \quad \dot{y} = -x + y - y(x^2 + y^2).$$

(a) (težje) Poišči splošno rešitev tega sistema in skiciraj fazni profil.

(b) (lažje) Če ne znaš rešiti točke (a), poišči stacionarne točke tega sistema in skiciraj fazni profil v bližini le-teh.