

Izbiri, binomski izrek

1. V podjetju z 11 zaposlenimi (7 žensk in 4 moški) morajo sestaviti skupino predstavnikov za sindikat. Na koliko načinov lahko to storijo, če

- (a) je v skupini 5 članov, od tega 3 ženske in 2 moška?
- (b) so v skupini 4 člani, od tega vsaj 2 ženski?
- (c) so v skupini 4 člani, eden mora biti gospod Novak?
- (d) so v skupini 4 člani, od tega 2 ženski in 2 moška, vendar gospod Novak in gospa Novak ne smeta biti hkrati v skupini?

2. Dane so množice točk

$$A_1 = \{(i, 0); 1 \leq i \leq 10, i \in \mathbb{Z}\}, \quad A_2 = \{(0, j); 1 \leq j \leq 5, j \in \mathbb{Z}\} \quad \text{in} \quad A = A_1 \cup A_2.$$

Koliko različnih trikotnikov z oglišči iz množice A lahko sestavimo?

3. Na koliko načinov lahko v vrsto postavimo 5 rdečih kroglic in 7 modrih kroglic?

4. Imamo paket običajnih igralnih kart (štiri barve, vsake barve 13 vrednosti, skupaj 52 kart). Na koliko načinov lahko izberemo 5 kart, da bodo imele

- (a) 4 karte isto vrednost (poker)?
- (b) 3 karte isto vrednost, preostali 2 karti pa tudi isto vrednost (fullhouse)?
- (c) 3 karte isto vrednost,
- (d) 5 zaporednih kart iste barve (barvna lestvica)?
- (e) 5 kart iste barve, ki niso zaporedne (barva)?
- (f) 5 zaporednih kart, ki niso iste barve (lestvica)?
- (g) po dve karti z isto vrednostjo, preostala karta pa ima drugo vrednost (dva para)?
- (h) točno dve karti z isto vrednostjo (par)?

5. Domina je sestavljena iz dveh delov, na vsakem delu je lahko nekaj pik (od 1 do n), ali pa je prazen. V kompletu domin so vse možne različne domine.

- (a) Koliko domin je v kompletu domin?
- (b) Na koliko načinov lahko iz kompleta domin izberemo dve domini, da se bosta na enem delu ujemali?

6. Poiščite koeficient pri x^{10} v razvoju binoma $(x^2 + 4)^8$.
7. Poiščite koeficienta pri x in x^2 v razvoju polinoma $(1 - 4x)^6(1 + 3x)^8$.
8. Z uporabo binomskega izreka seštejte vrsto

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + (-1)^n \binom{n}{n}.$$

9. Profesor je predaval n let. Vsako leto je povedal na predavanjih k anekdot. Vsaj koliko anekdot je moral poznati, če v dveh različnih letih ni povedal istih k anekdot? Rešite nalogo še za primer $n = 10$ in $k = 4$.