

## Kombinacije s ponavljanjem, pravilo vključitev in izključitev, Stirlingova števila 2. vrste

1. Koliko je petmestnih števil, pri katerih so števke urejene nepadajoče? To pomeni, da štejemo števila  $n$  oblike

$$n = 10^4 \cdot a_4 + 10^3 \cdot a_3 + 10^2 \cdot a_2 + 10 \cdot a_1 + a_0,$$

kjer je  $1 \leq a_4 \leq a_3 \leq a_2 \leq a_1 \leq a_0$ .

2. Koliko števil med 1 in 1000 je deljivih vsaj z enim od števil 6, 7 ali 10?
3. Na koliko načinov lahko razporedimo črke  $J, A, Z, T, I$  in  $M$  v zaporedje, ki ne vsebuje niti podzaporedja  $JAZ$  niti podzaporedja  $TI$ ?
4. Koliko je petmestnih števil, pri katerih je
  - (a) vsaj ena števka enaka 9?
  - (b) vsaj ena števka enaka 9 ali 8?
  - (c) vsaj ena števka enaka 9 in vsaj ena števka enaka 8?
5. Koliko je kombinacij reda 10 iz elementov multimnožice  $\{3a, 4b, 5c\}$ ? Torej, ponavljanje je dovoljeno, vendar  $a$  ponovimo največ trikrat,  $b$  ponovimo največ štirikrat in  $c$  ponovimo največ petkrat.
6. Sestavite tabelo Stirlingovih števil 2. vrste  $S(n, k)$  za  $n \in \{1, \dots, 8\}$  in  $k \in \{1, \dots, 5\}$ .
7. Pokažite naslednjo enakost s Stirlingovimi števili 2. vrste:

$$S(n, 2) = 2^{n-1} - 1 \quad \text{za } n \geq 1.$$

8. V kompletu imamo 6 barvic: modro, rumeno, rdečo, zeleno, rjavo, oranžno, vijolično. Na koliko načinov lahko s temi barvicami pobarvamo ploskve igralne kocke, če uporabimo natanko 3 barve? Opomba: pri igralni kocki ploskve ločimo med sabo - označene so s številkami od 1 do 6.
9. Koliko je besed dolžine 13 nad abecedo s 25 črkami, če
  - vsaka beseda vsebuje vseh pet samoglasnikov,
  - se začne in konča s soglasnikom in
  - med dvema soglasnikoma je natanko en samoglasnik?