Univerza v Ljubljani

EKONOMSKA FAKULTETA

4. Preverjanje specifikacije in izbira funkcijske oblike modela

doc. dr. Miroslav Verbič

miroslav.verbic@ef.uni-lj.si

www.miroslav-verbic.si

EFMD EQUIS ACCREDITED

AACSB ACCREDITED

Ljubljana, februar 2014

Univerza v Ljubljani

EKONOMSKA FAKULTETA

4.1 Ramseyev RESET test in Box–Coxov test

EFMD EQUIS ACCREDITED

AACSB ACCREDITED

Motivacija

Ekonomisti so ljudje, ki iščejo v temni sobi črno mačko, ki ne obstaja.
Ekonometriki so redno obtoženi, da so jo našli.

P. Kennedy: *A Guide to Econometrics* (1992)

Motivacija

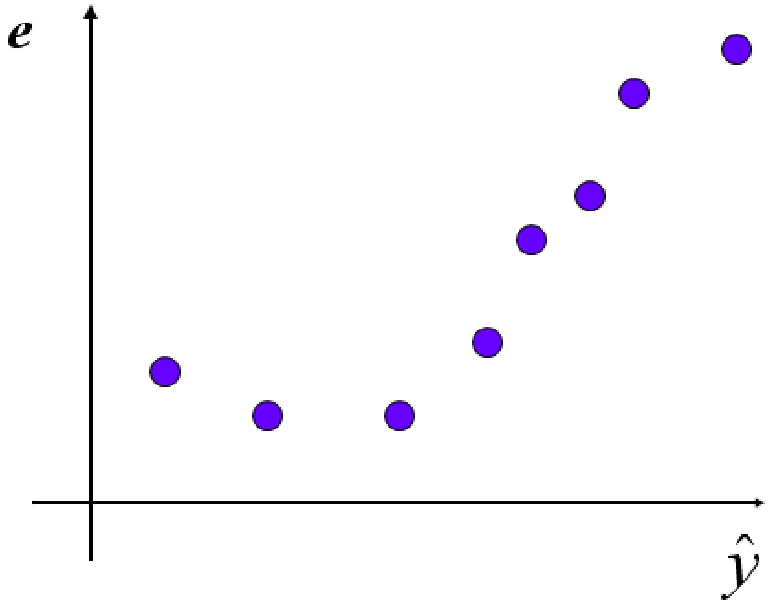
PREVERJANJE PRAVILNOSTI SPECIFIKACIJE REGRESIJSKEGA MODELA

- Izpustitev pomembne spremenljivke
- Vključitev nepotrebne (nepomembne) spremenljivke
- Uporaba napačne funkcijske oblike
- Napake merjenja spremenljivk

RESET test

RESET test (Ramseyev test, 1969)
(REgression Specification Error Test)

A **Ocenimo regresijski model in pripravimo razsevni diagram**



RESET test

B Ocenimo razširjeni regresijski model

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \beta_{k+1}\hat{y}^2 + u$$

oziroma

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + \beta_{k+1}\hat{y}^2 + \beta_{k+2}\hat{y}^3 + u$$

C Preverimo smiselnost širjenja regresijskega modela

$$F = \frac{(R_N^2 - R_O^2)/m}{(1 - R_N^2)/(n - k_N)} \sim F_{(m,(n-k_N))}$$

Box–Coxov test

BOX–COXov test (1964)
Primerjava linearnega in dvojno-logaritemskega regresijskega modela

A Ocenimo linearni in dvojno-logaritemsko linearni model

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + u \quad \Rightarrow \quad NVK_L$$

$$\ln y = \gamma_1 + \gamma_2 \ln x_2 + \cdots + \gamma_k \ln x_k + u \quad \Rightarrow \quad NVK_{LL}$$

B Postavimo ničelno in alternativno domnevo

H_0: Modela sta si enakovredna

H_1: Modela nista enakovredna

Box–Coxov test

B **Izračunamo geometrijsko sredino odvisne spremenljivke**

$$\bar{y}_G = \left(\prod_{i=1}^{n} y_i\right)^{1/n} \Longleftrightarrow \bar{y}_G = e^{\frac{1}{n}\sum \ln y_i}$$

C **Izračunamo testno statistiko**

$$l = \frac{n}{2}\left|\ln\left(\frac{(NVK_L / \bar{y}_G^2)}{NVK_{LL}}\right)\right| \sim \chi_1^2$$

D **Odločitveno pravilo**

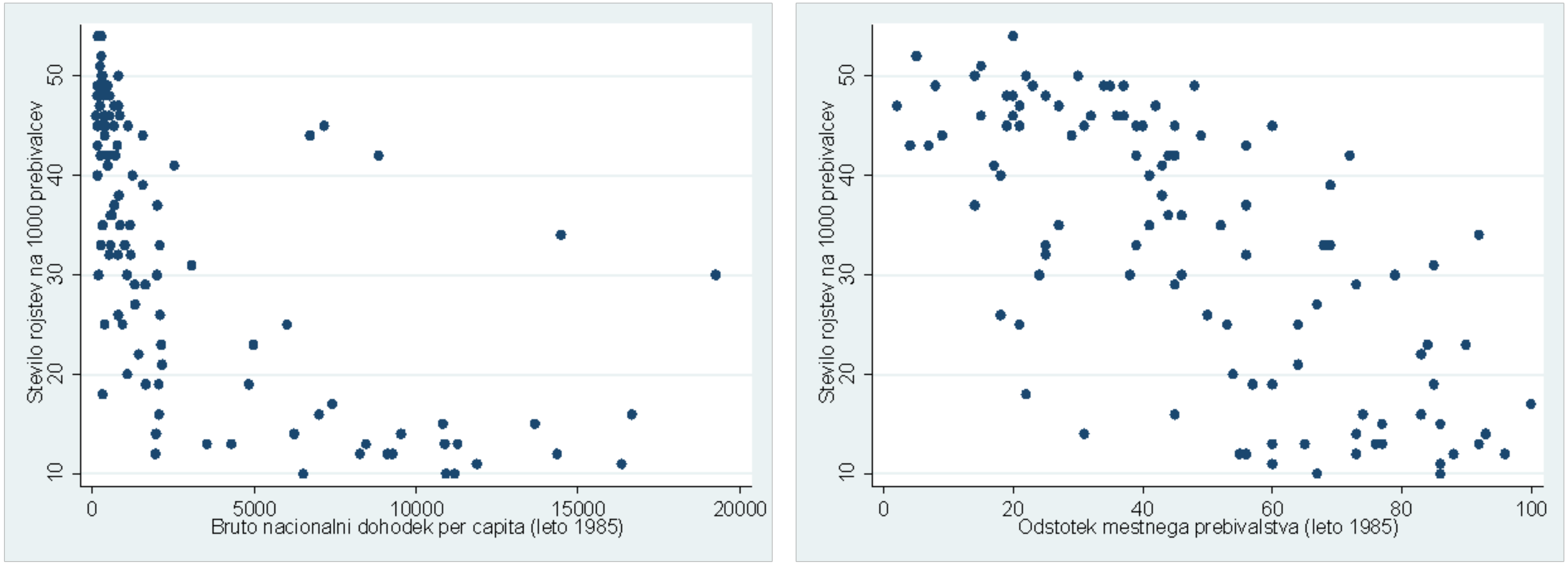
$l < \chi_1^2$ ⇒ H_0 **ne zavrnemo**

$l > \chi_1^2$ ⇒

- $NVK_L / \bar{y}_G^2 < NVK_{LL}$ ⇒ **Primernejši linearni model**
- $NVK_L / \bar{y}_G^2 > NVK_{LL}$ ⇒ **Primernejši dvojno logaritemsko linearni model**

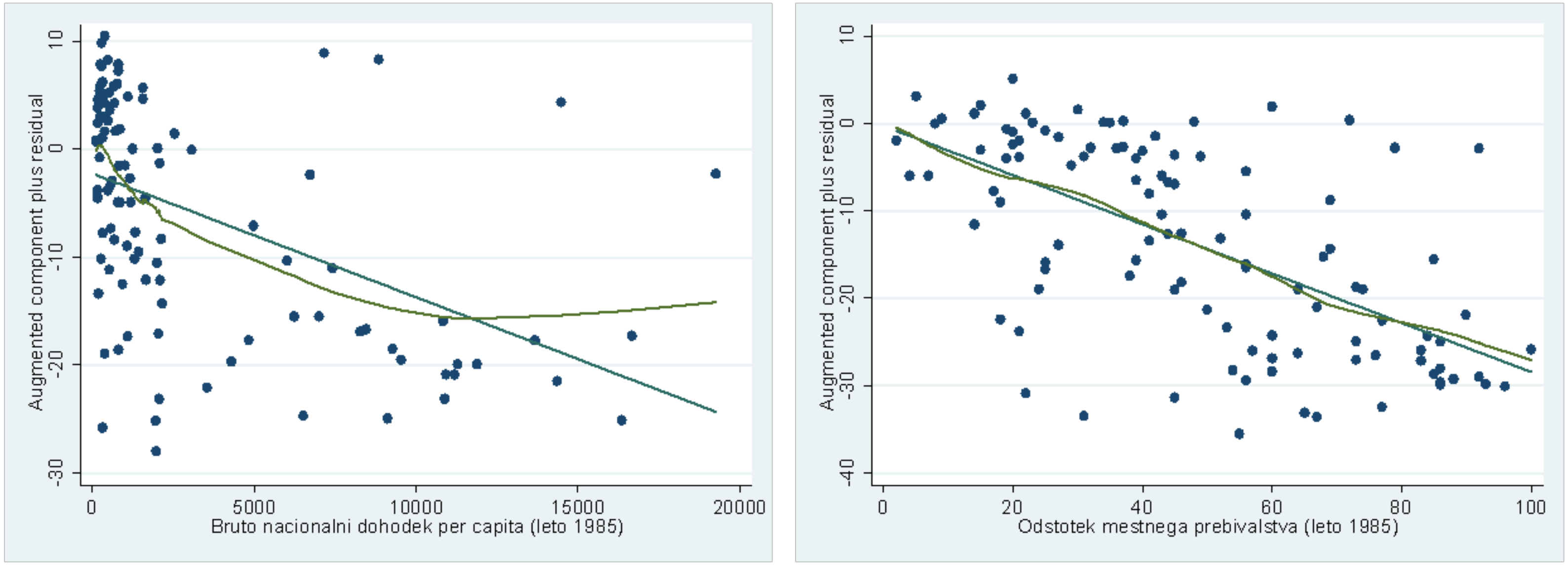
Linearnost regresijskega modela

$$RODNOST_i = \beta_1 + \beta_2 GNPCAP_i + \beta_3 MPREB_i + u_i$$



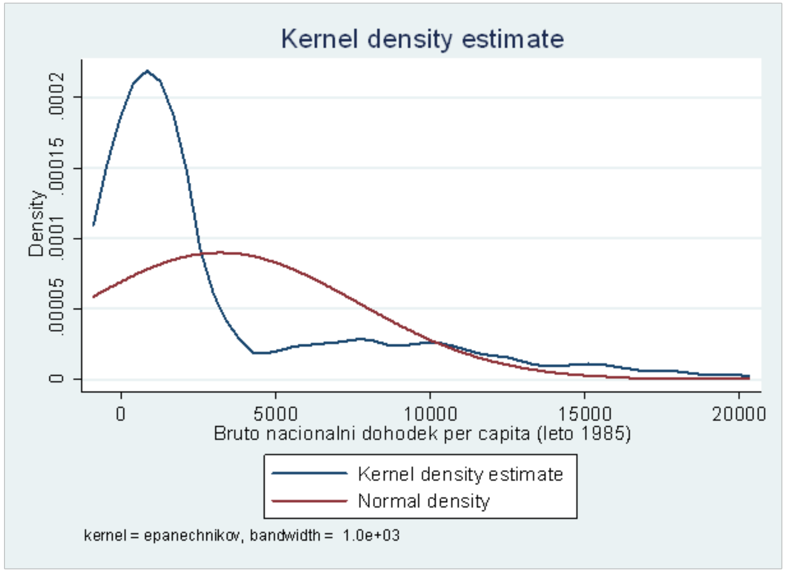
Linearnost regresijskega modela

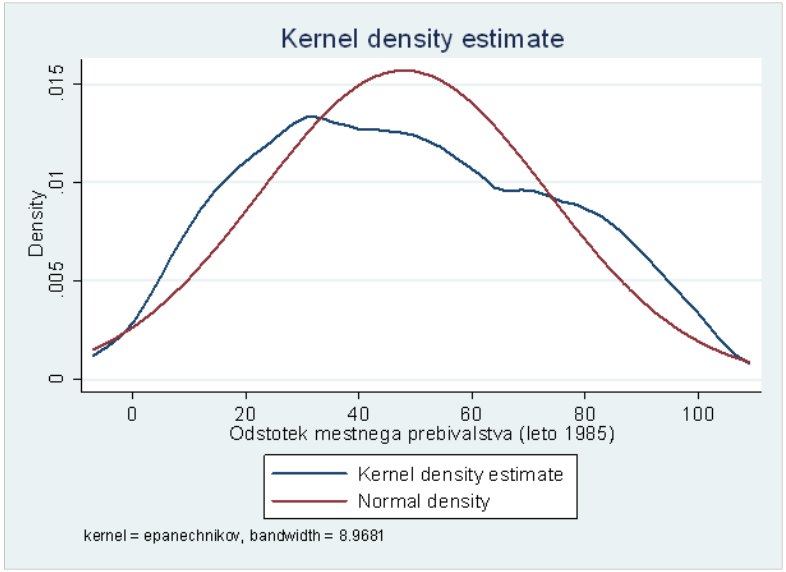
Diagram prilagojenih komponent in ostankov



Linearnost regresijskega modela

Diagram jedrne gostote





Univerza v Ljubljani

EKONOMSKA FAKULTETA

4.2 Linearne transformacije spremenljivk in oblike modelov

EFMD EQUIS ACCREDITED

AACSB ACCREDITED

Linearne transformacije spremenljivk

Vpliv linearne transformacije spremenljivk na vrednosti regresijskih koeficientov

Osnovni model

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k + u$$

$$y^{Tr} = ay + c$$

$$x_j^{Tr} = d_j x_j + f_j \quad ; \; j = 2,\ldots,k$$

Transformirani model

$$y^{Tr} = \beta_1^{Tr} + \beta_2^{Tr} x_2^{Tr} + \cdots + \beta_k^{Tr} x_k^{Tr} + u^{Tr}$$

$$\beta_1^{Tr} = a\beta_1 + c - \sum_2^k \frac{af_j}{d_j}\beta_j \qquad \beta_j^{Tr} = \frac{a}{d_j}\beta_j; \quad j = 2,\ldots,k$$

$$R^{Tr2} = R^2 \qquad t^{Tr} = t \qquad s_e^{Tr} = as_e$$

Linearne transformacije spremenljivk

Osnovni podatki → **Indeksi s stalno osnovo**

$$y^{Tr} = 100\frac{y_t}{y_o} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{100}{y_o} \;;\; c = 0$$

$$x_j^{Tr} = 100\frac{x_{jt}}{x_{jo}} \quad \Rightarrow \quad d_j = \frac{100}{x_{jo}} \;;\; f_j = 0$$

$$\beta_j^{Tr} = \frac{\frac{100}{y_o}}{\frac{100}{x_{jo}}}\beta_j = \frac{x_{jo}}{y_o}\beta_j; \quad j = 2,\ldots,k$$

Linearne transformacije spremenljivk

Koeficienti dinamike → Stopnje rasti

$S_t = 100K_t - 100$

$y^{Tr} = 100y - 100$ ⇒ $a = 100 \;\; ; \;\; c = -100$

$x_j^{Tr} = 100x_j - 100$ ⇒ $d_j = 100 \;\; ; \;\; f_j = -100$

$$\beta_j^{Tr} = \frac{100}{100}\beta_j = \beta_j; \quad j = 2,\ldots,k$$

Linearne transformacije spremenljivk

Osnovne vrednosti spremenljivk → **Standardizirane vrednosti spremenljivk**

$$y^{Tr} = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{\sigma_y} \; ; \; c = -\frac{\bar{y}}{\sigma_y}$$

$$x_j^{Tr} = \frac{x_j - \bar{x}_j}{\sigma_{x_j}} \quad \Rightarrow \quad d_j = \frac{1}{\sigma_{x_j}} \; ; \; f_j = -\frac{\bar{x}_j}{\sigma_{x_j}}$$

$$\beta_j^{Tr} = \frac{1/\sigma_y}{1/\sigma_{x_j}} \beta_j = \frac{\sigma_{x_j}}{\sigma_y} \beta_j$$

"Beta koeficienti"

Oblike regresijskih modelov

Regresijski model	Funkcija	Linearizirani model	Elastičnost
Linearni	$y = \beta_1 + \beta_2 x$	$y = \beta_1 + \beta_2 x$	$\beta_2 \frac{x}{y}$
Logaritemsko-linearni	$y = e^{\beta_1 + \beta_2 x}$	$\ln y = \beta_1 + \beta_2 x$	$\beta_2 x$
Linearno-logaritemski	$y = \beta_1 + \beta_2 \ln x$	$y = \beta_1 + \beta_2 \ln x$	$\beta_2 \frac{1}{y}$
Potenčni / Log-log linearni	$y = \beta_1 x^{\beta_2}$	$\ln y = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln x$	β_2
Eksponentni	$y = \beta_1 \beta_2^x$	$\ln y = \ln \beta_1 + \ln \beta_2 x$	$x \ln \beta_2$
Ulomljeno linearni	$y = \frac{1}{\beta_1 + \beta_2 x}$	$\frac{1}{y} = \beta_1 + \beta_2 x$	$-\beta_2 xy$

EFMD EQUIS ACCREDITED
AACSB ACCREDITED

Oblike regresijskih modelov

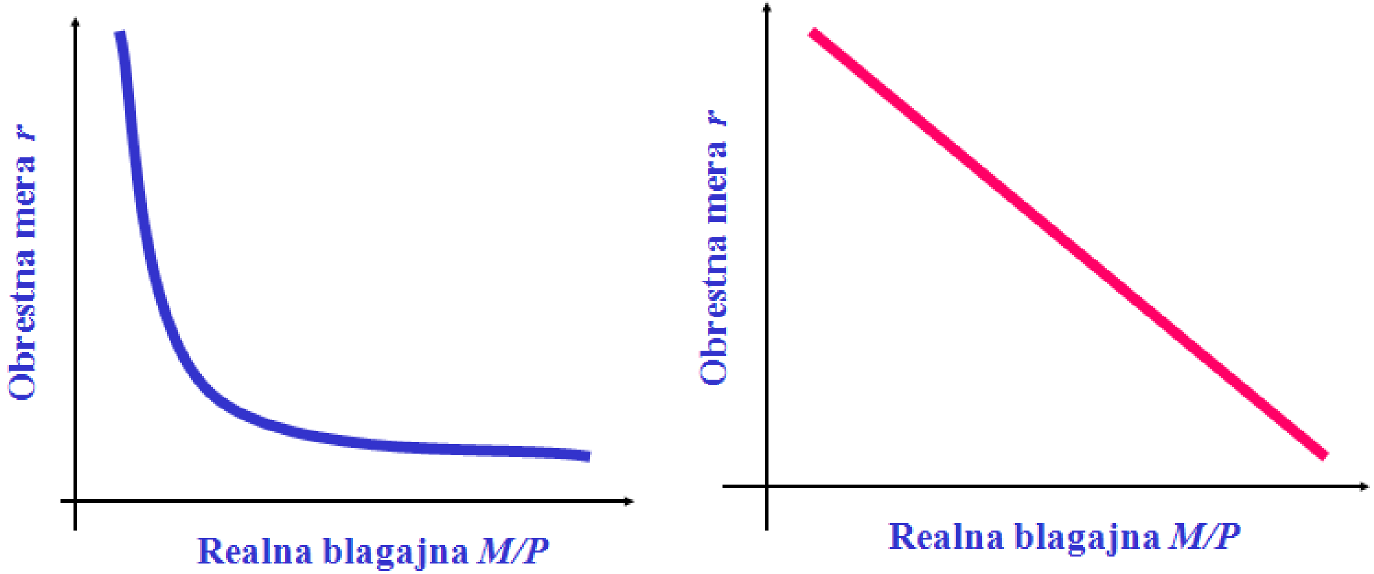
Regresijski model	Funkcija	Linearizirani model	Elastičnost
Hiperbolični / Recipročni	$y = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{x}$	$y = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{x}$	$-\beta_2 \frac{1}{xy}$
Ulomljeno-linearni	$y = \frac{x}{\beta_1 + \beta_2 x}$	$\frac{x}{y} = \beta_1 + \beta_2 x$	$\beta_1 \frac{y}{x}$
Parabolični	$y = \beta_1 + \beta_2 \sqrt{x}$	$y = \beta_1 + \beta_2 \sqrt{x}$	$\beta_2 \frac{\sqrt{x}}{2y}$
Logaritemsko-recipročni	$y = e^{\beta_1 + \beta_2 \frac{1}{x}}$	$\ln y = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{x}$	$\beta_2 \frac{1}{x}$
Kvadratni trinom	$y = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$	$y = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$	$\frac{\beta_2 + 2\beta_3 x^2}{y}$
Ulomljeni kvadratni trinom	$y = \frac{1}{\beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2}$	$\frac{1}{y} = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2$	$-(\beta_2 + \beta_3 x^2) y$

Primeri regresijskih modelov

Potenčni regresijski model
Dvojno-logaritemsko linearni model

$$y = \beta_1 x^{\beta_2} e^{u}$$

$$\ln y = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln x + u$$

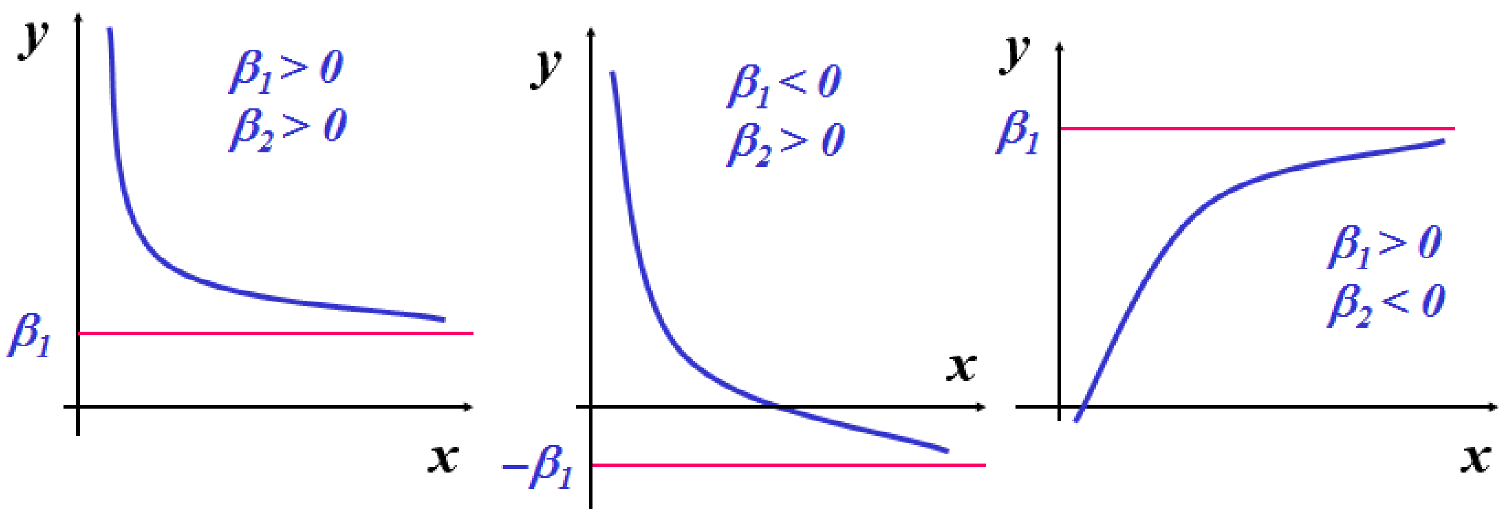


Primeri regresijskih modelov

Hiperbolični regresijski model
Recipročni regresijski model

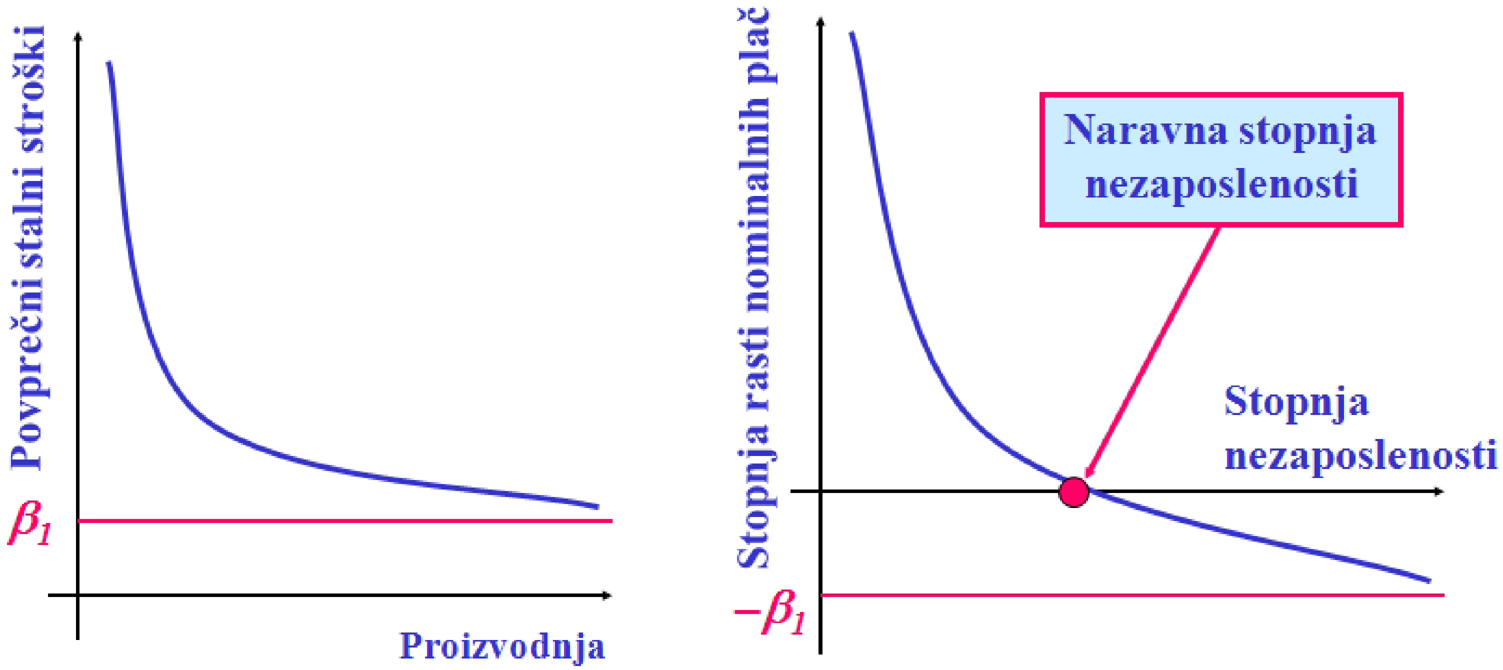
$$y = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{x} + u$$

$$y = \beta_1 + \beta_2 x^{Tr} + u$$



Primeri regresijskih modelov

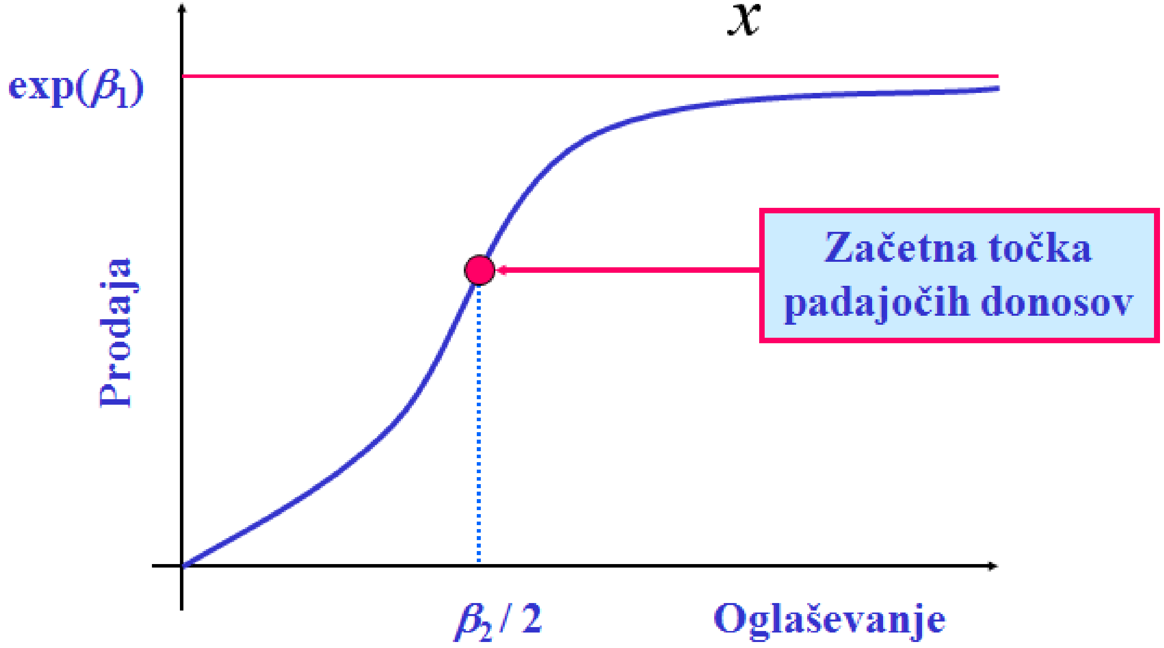
Dva primera uporabe recipročnega regresijskega modela



Primeri regresijskih modelov

Primer logaritemsko-inverznega regresijskega modela

$$\ln y = \beta_1 - \beta_2 \frac{1}{x} + u$$



Univerza v Ljubljani

EKONOMSKA FAKULTETA

4. Preverjanje specifikacije in izbira funkcijske oblike modela

doc. dr. Miroslav Verbič

miroslav.verbic@ef.uni-lj.si

www.miroslav-verbic.si

EFMD EQUIS ACCREDITED

AACSB ACCREDITED

Ljubljana, februar 2014