Ekonometrija 1

Štirinajste vaje:
Modeli razporejenih odlogov.

Na štirinajstih vajah se bomo ukvarjali z modeli razporejenih odlogov, ki jih delimo na modele končno razporejenih odlogov in modele neskončno razporejenih odlogov. Pri tem bomo obravnavali različne tipe multiplikatorjev, se osredotočili na ocenjevanje in interpretacijo, dotaknili pa se bomo tudi sekvenčnega pristopa. Nazadnje bomo obravnavali problematiko multikolinearnosti in avtokorelacije v tovrstnih modelih.

♣-♣-♣

Primer 1: Zapišite model neskončno razporejenih odlogov ter pojasnite pojme začetni, vmesni, odsekani in dolgoročni multiplikator.

Nato na osnovi enostavne potrošne funkcije (linearna odvisnost osebne potrošnje od razpoložljivega dohodka) pojasnite značilnosti t.i. sekvenčne (“ad hoc”) metode ocenjevanja modela neskončno razporejenih odlogov. Katere so bistvene slabosti tega pristopa?

Model neskončno razporejenih odlogov in vrste multiplikatorjev

Pri empiričnem ocenjevanju se pogosto srečujemo z odloženimi spremenljivkami. Le-te so v ekonomiji zelo pomembne, saj omogočajo poleg statičnega tudi dinamično proučevanje odnosov med ekonomskimi kategorijami. Tako lahko razlikujemo npr. med kratkoročno in dolgoročno nagnjenostjo k porabi, med pričakovanim (želenim) in dejanskim obsegom kapitala, pričakovano in dejansko količino denarja v obtoku in podobno.

Model, ki vključuje poleg tekočih tudi odložene vrednosti pojasnjevalne spremenljivke (zaradi enostavnosti bomo upoštevali samo eno pojasnjevalno spremenljivko, ki jo bomo označili z x), se imenuje model razporejenih (porazdeljenih) odlogov. To pomeni, da je vpliv spremembe pojasnjevalne spremenljivke na odvisno razporejen čez neko daljše razdobje. Če njegove dolžine ne določimo, torej ne opredelimo, do kod v preteklost želimo, dobimo model z neskončno razporejenimi odlogi, ki ga v splošni obliki lahko zapišemo takole:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \ldots + u_t .$$

Pri tem razlikujemo med naslednjimi vrstami učinkov:

a) Regresijski koeficient β_0 – *kratkoročni oziroma začetni multiplikator*: Če se vrednost pojasnjevalne spremenljivke v dani časovni enoti poveča za eno enoto, se odvisna spremenljivka v isti časovni enoti v povprečju spremeni za β_0 enot.

b) Regresijski koeficiente β_1, β_2, … – *vmesni multiplikatorji*: Če se vrednost pojasnjevalne spremenljivke v dani časovni enoti poveča za eno enoto, se vrednost odvisne spremenljivke npr. čez dve časovni enoti v povprečju spremeni za β_2 enot.

c) Delne vsote regresijskih koeficientov – *odsekani multiplikatorji* (vzemimo razdobje treh zaporednih časovnih enot): Če se vrednost pojasnjevalne spremenljivke v dani časovni enoti poveča za eno enoto, se bo odvisna spremenljivka v vseh treh časovnih enotah skupaj v povprečju spremenila za $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2$ enot (za β_0 v dani časovni enoti, za β_1 v naslednji in za β_2 čez dve časovni enoti).

d) Vsota vseh regresijskih koeficientov – *dolgoročni ali ravnotežni multiplikator*: Če se vrednost pojasnjevalne spremenljivke v dani časovni enoti poveča za eno enoto, se vrednost odvisne spremenljivke na dolgi rok v povprečju spremeni za $\sum_{k=0}^{\infty} \beta_k$ enot.

■

Sekvenčna metoda ocenjevanja modela neskončno razporejenih odlogov

Za omenjeni pristop je značilno postopno dodajanje odloženih vrednosti pojasnjevalne spremenljivke. To pomeni, da najprej ocenimo model z vključeno pojasnjevalno spremenljivko x_t, nato model, ki poleg x_t vključuje tudi odloženo pojasnjevalno spremenljivko x_{t-1} in tako naprej. Ocenjevanje ni več smiselno, kadar:

a) regresijski koeficient pri vsaj enem izmed (že obstoječih) odlogov spremeni predznak glede na prejšnji korak ocenjevanja in/ali

b) regresijski koeficient pri dodanem odlogu postane statistično neznačilen (v danem obdobju ali nekaj obdobij zapored) in/ali

c) ima regresijski koeficient pri dodanem odlogu ekonomsko neutemeljen predznak.

Poglejmo si hipotetičen primer odvisnosti osebne porabe C od razpoložljivega dohodka Y:

$$\widehat{C}_t = 4,5 + 0,75Y_t;$$
$$\widehat{C}_t = 4,1 + 0,45Y_t + 0,15Y_{t-1};$$
$$\widehat{C}_t = 4,0 + 0,51Y_t + 0,14Y_{t-1} + 0,05Y_{t-2};$$
$$\widehat{C}_t = 3,2 + 0,44Y_t + 0,07Y_{t-1} - 0,04Y_{t-2} - 0,02Y_{t-3}.$$

Kot lahko vidimo, je v zadnji funkciji regresijski koeficient pri spremenljivki Y_{t-2} spremenil predznak, pri dodani odloženi spremenljivki Y_{t-3} pa smo dobili regresijski koeficient, ki je v nasprotju s pričakovanji ekonomske teorije. Kot najboljšo funkcijo porabe izberemo:

$$\widehat{C}_t = 4,0 + 0,51Y_t + 0,14Y_{t-1} + 0,05Y_{t-2} .$$

Glavne slabosti omenjenega pristopa pri ocenjevanju modela neskončno razporejenih odlogov:

a) Ni vnaprej poznano, kateri odlog je še smiselno upoštevati, zaradi česar lahko pride do napake pri specifikaciji modela.

b) Zaradi postopnega vključevanja pojasnjevalne spremenljivke, odložene za več časovnih enot, se zmanjšuje število stopinj prostosti, s tem pa postane statistično sklepanje manj zanesljivo.

c) Zaradi medsebojne povezanosti zaporednih vrednosti pojasnjevalne spremenljivke je v ocenjenem modelu razporejenih odlogov prisotna visoka stopnja multikolinearnosti. Zato se povečajo standardne napake cenilk regresijskih koeficientov in posledično znižajo vrednosti *t*–statistik, s tem pa se poveča možnost, da so ocenjeni regresijski koeficienti odložene pojasnjevalne spremenljivke statistično neznačilni.

■

Primer 2: Na podlagi podatkov za 20 let o vrednosti uvoza (*U*) in bruto domačem proizvodu (*BDP*) smo za neko državo ocenili naslednjo (avtoregresijsko) funkcijo uvoza:

$$\begin{aligned} &\widehat{U}_t = 2,45 + 0,70BDP_t + 0,25U_{t-1} \\ &t: \quad (17,0) \;\; (3,2) \qquad\quad (2,5) \end{aligned}$$

pri čemer smo upoštevali t.i. Koyckovo transformacijo in so vrednosti v mlrd EUR.

a) Zapišite in pojasnite Koyckovo predpostavko.
b) Na podlagi ocen zgornje uvozne funkcije izračunajte in pojasnite začetni multiplikator, drugi vmesni multiplikator ter ravnotežni (totalni) multiplikator. Kako z vsebinskega (ekonomskega) vidika imenujemo slednji parameter v konkretnem primeru?
c) Izračunajte in pojasnite mediano odlogov.
d) Z ustreznim testom preverite prisotnost avtokorelacije prvega reda, pri čemer upoštevajte, da je bil ocenjeni koeficient avtokorelacije prvega reda enak 0,75. Pojasnite, kakšne so v splošnem posledice avtokorelacije za ocenjevanje regresijskih modelov z metodo najmanjših kvadratov.
e) Komentirajte pravilnost naslednje trditve: “Če bi v danem primeru ugotovili prisotnost avtokorelacije, bi morali model oceniti z metodo tehtanih najmanjših kvadratov.”

Koyckov model (geometrijska shema razporejenih odlogov)

Model neskončno razporejenih odlogov v splošni obliki lahko zapišemo takole:

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \ldots + u_t .$$

Pri ocenjevanju zapisanega modela si lahko pomagamo z različnimi predpostavkami o razporeditvi vplivov pojasnjevalne spremenljivke na odvisno. Tako je Koyck predpostavljal, da so vsi vplivi odložene pojasnjevalne spremenljivke enako predznačeni in se v času zmanjšujejo po geometrijskem zaporedju. To pomeni, da vrednosti regresijskih koeficientov odložene pojasnjevalne spremenljivke z oddaljevanjem v preteklost (torej s povečevanjem dolžine odloga) geometrijsko upadajo. Omenjeno predpostavko lahko zapišemo takole:

$$\beta_k = \beta_0 \lambda^k; \qquad k = 0,1,2,\dots,$$

pri čemer parameter λ, ki ga imenujemo tudi stopnja upadanja vplivov, zavzema vrednosti med 0 in 1. Vrednosti regresijskih koeficientov pri odlogih so odvisne od regresijskega koeficienta β_0, ki predstavlja vpliv tekoče pojasnjevalne na tekočo odvisno spremenljivko ter stopnje upadanja λ. Čim bližja je vrednosti ena (nič), tem počasnejše (hitrejše) je upadanje vplivov odložene pojasnjevalne spremenljivke na odvisno.

■

Primer 3: Datoteka `denar_povprasevanje2.dta` vsebuje podatke za ZDA v obdobju 1960–1993, in sicer vrednost količine denarja v obtoku (*M1*; v mlrd USD po cenah iz leta 1987), bruto domačega proizvoda (*BDP*; v mlrd USD po cenah iz leta 1987) in referenčne obrestne mere (*OM*; v odstotkih). Ocenite naslednji regresijski model:

$$M1_t^* = \beta_1 + \beta_2 BDP_t + \beta_3 OM_t + u_t,$$

pri čemer $M1_t^*$ predstavlja želeno oziroma dolgoročno količino denarja v obtoku. Pojasnite model, ki ste ga upoštevali pri ocenjevanju in razložite dobljene rezultate. Preverite prisotnost avtokorelacije prvega in višjih redov in jo po potrebi odpravite.

Model postopnega (delnega) prilagajanja

Na podlagi zapisanega regresijskega modela lahko ugotovimo, da je dolgoročna oziroma ravnotežna (želena) količina denarja v obtoku linearna funkcija bruto domačega proizvoda in obrestne mere. Ker dolgoročna količina denarja v obtoku $M1^*$ ni neposredno znana, si lahko pomagamo z modelom delnega prilagajanja:

$$M1_t - M1_{t-1} = \delta(M1_t^* - M1_{t-1}); \qquad 0 < \delta \le 1.$$

Dejanska sprememba količine denarja v obtoku v časovni enoti *t* je enaka določenemu deležu δ (imenujemo ga koeficient prilagajanja) želene spremembe količine denarja v obtoku v tej časovni enoti. Če v prejšnji izraz vstavimo začetni regresijski model, dobimo:

$$M1_t - M1_{t-1} = \delta(\beta_1 + \beta_2 BDP_t + \beta_3 OM_t + u_t - M1_{t-1}),$$

kar lahko ustrezno preuredimo:

$$M1_t = \delta\beta_1 + \delta\beta_2 BDP_t + \delta\beta_3 OM_t + (1-\delta)M1_{t-1} + \delta u_t .$$

V povsem splošni obliki lahko zadnji izraz zapišemo kot:

$$M1_t = \gamma_1 + \gamma_2 BDP_t + \gamma_3 OM_t + \gamma_4 M1_{t-1} + v_t .$$

pri čemer velja:

$$\gamma_1 = \delta\beta_1 ; \qquad \gamma_2 = \delta\beta_2 ; \qquad \gamma_3 = \delta\beta_3; \qquad \gamma_4 = (1-\delta) ; \qquad v_t = \delta u_t .$$

Začetni model predstavlja dolgoročno oziroma ravnotežno funkcijo povpraševanja po denarju, končni avtoregresijski model pa kratkoročno funkcijo povpraševanja po denarju. Regresijski koeficient β_2 predstavlja dolgoročni vpliv bruto domačega proizvoda na količino denarja v obtoku, regresijski koeficient γ_2 pa kratkoročni vpliv. Podobno velja za regresijski koeficient β_3, ki predstavlja dolgoročni vpliv obrestne mere na količino denarja v obtoku, medtem ko regresijski koeficient γ_3 kaže njen kratkoročni vpliv.

Iz omejitev na osnovi našega avtoregresijskega modela tudi sledi, da koeficiente dolgoročne funkcije izračunamo tako, da regresijske koeficiente γ_1, γ_2 in γ_3 iz avtoregresijske funkcije delimo s koeficientom prilagajanja δ. Le-ta pove, kolikšen delež vrzeli med želeno in dejansko količino denarja v obtoku je odpravljen v posamezni časovni enoti.

■

Izpis rezultatov obdelav v programskem paketu Stata:

```
. tsset leto
        time variable:  leto, 1960 to 1993
                delta:  1 unit

. regress m1 bdp om

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      34
-------------+------------------------------           F(  2,    31) =  141.67
       Model |  240672.24     2   120336.12           Prob > F      =  0.0000
    Residual | 26331.0384    31  849.388335           R-squared     =  0.9014
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.8950
       Total | 267003.278    33  8091.00842           Root MSE      =  29.144

------------------------------------------------------------------------------
          m1 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         bdp |   .1192877   .0071285    16.73   0.000      .104749    .1338264
          om |  -23.30547   2.438946    -9.56   0.000    -28.27973   -18.33121
       _cons |    425.344   19.92984    21.34   0.000     384.6968    465.9912
------------------------------------------------------------------------------
```

```
. regress m1 bdp om l.m1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      33
-------------+------------------------------           F(  3,    29) =  142.25
       Model |  240881.011     3  80293.6704           Prob > F      =  0.0000
    Residual |    16369.56    29  564.467588           R-squared     =  0.9364
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9298
       Total |  257250.571    32  8039.08035           Root MSE      =  23.759

------------------------------------------------------------------------------
          m1 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         bdp |   .0566796   .0160087     3.54   0.001      .023938    .0894211
          om |  -11.64861   3.421357    -3.40   0.002    -18.64607   -4.651148
             |
          m1 |
         L1. |   .6254733   .1489465     4.20   0.000     .3208434    .9301032
             |
       _cons |   148.0334   68.39056     2.16   0.039     8.159004    287.9078
------------------------------------------------------------------------------

. predict em1, resid
(1 missing value generated)

. scalar T=e(N)
. matrix V=e(V)
. scalar varb=V[3,3]

. display T, varb
33 .02218507

. regress em1 l.em1, nocons

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      32
-------------+------------------------------           F(  1,    31) =   12.65
       Model |  4721.54612     1  4721.54612           Prob > F      =  0.0012
    Residual |  11569.7725    31  373.218469           R-squared     =  0.2898
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2669
       Total |  16291.3187    32  509.103708           Root MSE      =  19.319

------------------------------------------------------------------------------
         em1 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         em1 |
         L1. |   .5563226   .1564106     3.56   0.001     .2373211    .8753241
------------------------------------------------------------------------------

. scalar rho=_b[l.em1]

. scalar h=rho*sqrt(T/(1-T*varb))

. display h, invnormal(0.95), 1-normal(h)
6.1745212 1.6448536 3.318e-10

. regress em1 bdp om l.m1 l.em1

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      32
-------------+------------------------------           F(  4,    27) =    3.41
       Model |  5470.19205     4  1367.54801           Prob > F      =  0.0221
    Residual |  10818.6816    27   400.69191           R-squared     =  0.3358
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.2374
       Total |  16288.8736    31  525.447536           Root MSE      =  20.017
```

```
-----------------------------------------------------------------------------
         em1 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+---------------------------------------------------------------
         bdp |   .0174963   .0142944     1.22   0.232    -.0118334    .0468261
          om |  -2.603332   2.996615    -0.87   0.393    -8.751878    3.545215
             |
          m1 |
         L1. |  -.1725952    .134589    -1.28   0.211    -.4487489    .1035585
             |
         em1 |
         L1. |   .6440759   .1744669     3.69   0.001     .2860995    1.002052
             |
       _cons |   71.01483   61.81335     1.15   0.261     -55.8157    197.8454
-----------------------------------------------------------------------------
```

```
. scalar lm=e(N)*e(r2)

. display lm, invchi2tail(1,0.05), chi2tail(1,lm)
10.746363 3.8414588 .00104484

. qui regress m1 bdp om l.m1
. estat bgodfrey, nomiss0

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation
---------------------------------------------------------------------------
    lags(p)  |          chi2               df                 Prob > chi2
-------------+-------------------------------------------------------------
       1     |         10.746               1                   0.0010
---------------------------------------------------------------------------
                        H0: no serial correlation

. estat bgodfrey

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation
---------------------------------------------------------------------------
    lags(p)  |          chi2               df                 Prob > chi2
-------------+-------------------------------------------------------------
       1     |         11.030               1                   0.0009
---------------------------------------------------------------------------
                        H0: no serial correlation

. estat bgodfrey, lag(1/30)

Breusch-Godfrey LM test for autocorrelation
---------------------------------------------------------------------------
    lags(p)  |          chi2               df                 Prob > chi2
-------------+-------------------------------------------------------------
       1     |         11.030               1                   0.0009
       2     |         11.994               2                   0.0025
       3     |         13.825               3                   0.0032
       4     |         13.888               4                   0.0077
       5     |         14.466               5                   0.0129
       6     |         14.555               6                   0.0240
       7     |         19.916               7                   0.0058
       8     |         20.909               8                   0.0074
       9     |         20.933               9                   0.0130
      10     |         22.895              10                   0.0111
      11     |         24.361              11                   0.0113
      12     |         24.745              12                   0.0161
      13     |         24.751              13                   0.0249
      14     |         24.751              14                   0.0371
      15     |         25.032              15                   0.0495
      16     |         25.033              16                   0.0693
      17     |         25.549              17                   0.0831
      18     |         25.552              18                   0.1104
```

```
      19     |         27.516             19                    0.0932
      20     |         29.634             20                    0.0760
      21     |         29.646             21                    0.0993
      22     |         29.684             22                    0.1263
      23     |         31.331             23                    0.1149
      24     |         32.011             24                    0.1267
      25     |         32.500             25                    0.1440
      26     |         32.713             26                    0.1706
      27     |         32.713             27                    0.2067
      28     |         32.714             28                    0.2464
      29     |         33.000             29                    0.2777
      30     |         33.000             30                    0.3225
---------------------------------------------------------------------------
                       H0: no serial correlation
```

. newey m1 bdp om l.m1, lag(17)

```
Regression with Newey-West standard errors          Number of obs  =        33
maximum lag: 17                                     F(  3,    29)  =    376.56
                                                    Prob > F       =    0.0000

------------------------------------------------------------------------------
             |             Newey-West
          m1 |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
         bdp |   .0566796   .0153896     3.68   0.001     .0252044    .0881547
          om |  -11.64861   2.656746    -4.38   0.000    -17.08226   -6.214952
             |
          m1 |
         L1. |   .6254733   .1481754     4.22   0.000     .3224206     .928526
             |
       _cons |   148.0334   63.55881     2.33   0.027     18.04103    278.0258
------------------------------------------------------------------------------
```

■