



FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

31. avgust 2009

Ime in priimek: _____ Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge. Izpit morate obvezno oddati.

Vse odgovore utemeljite. Na voljo imate 120 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni v sredo, 2. septembra 2009, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.					
2.				•	
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Naj bo $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ množica stanj z naravno verjetnostjo P , za katero velja $P(\omega_1) = P(\omega_2)$. Obravnavamo enoobdobni model trga, na katerem je prvi instrument bančni račun z ne-
tvegano obrestno mero $R = 2\%$, drugi pa delnica z začetno ceno $S_0 = 10$ in izplačiloma $S_1(\omega_1) = 10.5$ in $S_1(\omega_2) = 8$.

(a) Pokažite, da je trg brez arbitraže.

(b) Izračunajte pričakovan donos in tveganost delnice S glede na naravno verjetnost.

*Pomoč: Donos delnice je slučajna spremenljivka, definirana s predpisom $r(\omega) = \frac{S_1(\omega) - S_0}{S_0}$.
Tveganost delnice je standardni odklon njenega donosa.*

(c) Izračunajte pričakovan donos in tveganost delnice S glede na do tveganja nevtralno verjetnost Q .

(d) Določite ceno instrumenta, ki lastniku v času 1 ponuja izplačila $(S_1(\omega))^2$.

2. naloga [15 točk]

Na tvegan vrednostni papir S v času 0 napišemo dve evropski nakupni opciji, obe z zapadlostjo T . Prva opcija ima izvršilno ceno K_1 , njena trenutna (v času 0) cena na trgu pa je c_1^E . Druga opcija ima izvršilno ceno K_2 in trenutno ceno na trgu c_2^E . Privzemite, da je $K_1 \leq K_2$.

(a) Dokažite, da na trgu brez arbitraže velja

$$0 \leq c_1^E - c_2^E \leq e^{-YT}(K_2 - K_1),$$

kjer je Y netvegana moč obresti za obdobje $[0, T]$.

Na isti finančni instrument S napišemo še dve evropski prodajni opciji, obe z zapadlostjo T . Prva opcija z izvršilno ceno K_1 ima trenutno ceno p_1^E , druga z izvršilno ceno K_2 pa trenutno ceno p_2^E .

(b) Naj bo trenutna cena vrednostnega papirja S enaka S_0 . Zapišite paritetni enačbi, ki povezujeta cene c_1^E, c_2^E, p_1^E in p_2^E .

(c) Določite spodnjo in zgornjo mejo za razliko $p_2^E - p_1^E$.

3. naloga [20 točk]

Na današnji dan ima netvegana moč obresti naslednjo časovno strukturo ($m = \text{mesec}$):

t	$1m$	$2m$	$3m$	$4m$	$5m$	$6m$
$Y(0, t)$	1.8%	1.9%	2.1%	2.3%	2.5%	2.8%

Logistično podjetje A je sklenilo pogodbo za prevoz velike količine tovora med novoletnimi prazniki (to je čez 4 mesece). Finančnik v podjetju se zaveda, da bo donosnost posla zelo odvisna od cene goriva, zato sklene termiski posel za nakup 10 000 litrov goriva čez 4 mesece.

- (a) Liter goriva danes stane 1.05 EUR. Za kakšno ceno bo podjetje A ob koncu leta kupilo 10 000 litrov goriva, če privzamete, da gorivo v vmesnem obdobju ne povzroča dohodkov ali izgub?
- (b) Kako se spremeni vaš odgovor na vprašanje iz naloge (a), če mesečni strošek za skladiščenje 100 litrov goriva znaša 0.01 EUR in se stroški plačujejo mesečno za nazaj?
Nasvet: Stroške skladiščenja osnovnega premoženja obravnavajte kot dividendo z negativnim predznakom.
- (c) Banka je danes izdala kuponsko obveznico z nominalno vrednostjo 100 EUR in dospeljem 4 mesece. Prvi kupon v višini 10 EUR bo izplačan čez 2 meseca, drugi kupon v višini 10 EUR pa ob dospelju. Banka pri poslovanju s komitenti uporablja 0.5% pribitek na netvegano moč obresti. Določite ceno obveznice ob izdaji.
- (d) Podjetje želi kupnino iz naloge (b) privarčevati z nakupom obveznic. Izplačila prvih kuponov bodo shranili na banki do dospelja obveznice po vnaprej (danes) dogovorjeni moči obresti. Koliko obveznic morajo kupiti, da bodo lahko plačali gorivo?