



## FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

31. avgust 2010

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Vse odgovore utemeljite. Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

**Ogled izpitov bo v četrtek, 2. septembra 2010, ob 10.00 v kabinetu 507 na Jadranski 21.**

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.					
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

### **1. naloga** [15 točk]

Cena delnice  $S$  danes znaša  $S_0 = 50$ , njen prihodnji razvoj pa naj opisuje binomski model s parametri  $T = 3$ ,  $u = 1.1$ ,  $d = 0.95$  ter netvegano obdobjno obrestno mero  $R = 4\%$ . Delnica ne izplačuje dividend.

- (a) Narišite drevo dogodkov in izračunajte do prihodnosti nevtralne prehodne verjetnosti v modelu.
- (b) Določite začetno ceno ameriške digitalne opcije z zapadlostjo 3, izvršilno ceno  $K = 50$  in izplačilom  $C = 2$ , ki je napisana na delnico  $S$ .

To je instrument ameriškega tipa, ki ob izvršitvi v času  $t$  omogoča izplačilo  $C$ , če je cena delnice v tem trenutku strogo višja od  $K$ .

- (c) Na drevesu dogodkov označite stanja, v katerih se opcijo splača izvršiti. Pripravite optimalno strategijo za izvršitev obravnavane opcije. Odgovor utemeljite.

*Odgovor je oblike: Opcijo izvrši, ko ...*

## 2. naloga [15 točk]

Podana je naslednja časovna struktura netvegane moči obresti:

$T$	0.5	1	1.5	2	2.5
$Y(0, T)$	0.50%	1.25%	1.90%	2.65%	3.10%

Kuponska obveznica z nominalno vrednostjo 100 EUR ima do dospetja še 2.5 let. Obveznica izplačuje letne kupone po kuponski obrestni meri 5%, naslednji kupon bo izplačan čez natanko 6 mesecev. Ob dospetju izplača še glavnico.

- (a) Izračunajte sedanjo ceno kuponske obveznice.
- (b) Finančna institucija želi trgovati s terminskimi posli, napisanimi na kuponsko obveznico. Naj bo ročnost poslov 1.5 let, tik po izplačilu takratnih kuponov. Določite izročitveno ceno v poslu tako, da bo danes vrednost posla enaka 0.
- (c) Čez pol leta so po izplačilu kupona na trgu veljale nove netvegane moči obresti:

$T$	1	1.5	2	2.5
$Y(0.5, T)$	0.70%	1.35%	2.10%	2.70%

Določite vrednost posla iz (b) za imetnika *dolge* pozicije v poslu v trenutku 0.5.

- (d) Kolikšna mora biti v času 1.5 moč obresti  $Y(1.5, 2.5)$ , da bo končna vrednost posla iz (b) za imetnika *kratke* pozicije pozitivna?

### 3. naloga [20 točk]

Cena delnice  $S$  danes znaša 100 EUR, obdobjna obrestna mera na netveganem bančnem računu pa je 10%. Privzemite, da prihodnji razvoj cene delnice lahko opišemo z enoobdobnim binomskim modelom s parametroma  $u$  in  $d$ , kjer je  $u > 1$  in  $d = u^{-1}$ .

- (a) Naj bo  $u = 1.25$ . Dokažite, da je trg brez arbitraže, in izračunajte do tveganja nevtralne verjetnosti končnih stanj v modelu.
- (b) Na delnico  $S$  zapišemo evropsko nakupno opcijo z zapadlostjo 1 in izvršilno ceno 98 EUR. Z modelom iz točke (a) določite njeno ceno v času 0.
- (c) Privzemite, da je na trgu možno kupiti opcijo iz (b) po ceni  $\frac{160}{11} = 14.\overline{54}$  EUR. Skonstruirajte arbitražo.
- (d) *Umerjanje (kalibriranje) modela.* Privzemite, da je cena opcije  $\frac{160}{11}$  EUR pravilna, napačen pa je vaš model (torej parameter  $u$ ) iz točke (a). Popravite model tako, da bo pravilno vrednotil obravnavano opcijo. Koliko sta nova  $u'$  in  $q'$ ?

*Nasvet: Pazite na lastnosti parametrov, ki so navedene na začetku naloge. Postavljeni model tudi ne sme dopuščati arbitraže*