



FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

31. avgust 2011

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.

Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni do torka, 6. septembra 2011, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.				•	
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Priznana švicarska zlatarna je iz analize preteklega poslovanja ugotovila, da se prodaja zlatnine izrazito poveča v prednovoletnem obdobju, to je čez 3 mesece. Zlatarna večino zlata, ki ga potrebuje v proizvodnji, kupi na ameriškem trgu.

Naj bodo podane naslednje netvegane moči obresti

T	1/12	1/6	1/4
$Y^{\text{CHF}}(0, T)$	0.37%	0.53%	0.70%
$Y^{\text{USD}}(0, T)$	0.55%	0.69%	0.83%

trenutni menjalni tečaj med švicarski frankom in ameriškim dolarjem pa je $1 \text{ USD} = 0.8174 \text{ CHF}$

- (a) Cena unče zlata danes znaša 1835.00 USD. Zlatarna želi s finančno institucijo v Ameriki skleniti terminski posel za nakup 100 unč zlata čez 3 mesece. Kakšno ceno unče zlata (v USD) si lahko zagotovi zlatarna, če privzamete, da je vrednost posla ob sklenitvi enaka 0 in da mesečni stroški hranjenja zlata znašajo 5 USD/unčo in se plačujejo mesečno za nazaj?
- (b) Zlatarna bo izdelke prodajala na švicarskem trgu. Ker morajo njihove cene oblikovati vnaprej, se bojijo še valutnega tveganja. Zato se s finančno institucijo dogovori za nakup ustrezne količine dolarjev po vnaprej dogovorjenem menjalnem tečaju, ki bo veljal na dan ročnosti terminskega posla iz (a). Koliko frankov bo zlatarna plačala za 100 unč zlata?
- (c) Mesec dni kasneje cena unče zlata znaša 1890.00 USD, menjalni tečaj je $1 \text{ USD} = 0.7985 \text{ CHF}$, moči obresti pa

T	1/6	1/4	1/3
$Y^{\text{CHF}}(1/12, T)$	0.35%	0.55%	0.67%
$Y^{\text{USD}}(1/12, T)$	0.55%	0.65%	0.88%

Izračunajte vrednosti sklenjenih terminskih poslov za zlatarno. Pri tem privzemite, da se stroški hranjenja zlata niso spremenili, znesek za prvi mesec pa je bil že plačan.

2. naloga [15 točk]

Na enoobdobnem trgu so na voljo trije finančni instrumenti. Trenutna cena netvegane obveznice B je 1, cena tvegane delnice S je 5, tvegane delnice W pa 8. Obdobni donos obveznice je 20%, vrednosti delnic v času 1 pa sta

$$S_1(\omega) = \begin{cases} 4; & \omega = \omega_b \\ x; & \omega = \omega_m \\ 8; & \omega = \omega_g \end{cases} \quad \text{in} \quad W_1(\omega) = \begin{cases} 8; & \omega = \omega_b \\ 9; & \omega = \omega_m \\ 12; & \omega = \omega_g \end{cases}$$

- (a) Pri katerih vrednostih x opisani trg ni poln? V tem primeru določite množico dosegljivih terjatev.
- (b) V nadaljevanju naloge se omejite se na tiste x , pri katerih je trg poln. Določite do tveganja nevtralno verjetnost v modelu.
- Opomba: Verjetnosti stanj so seveda odvisne od x .*
- (c) Pri katerih vrednostih x trg $\{B, S, W\}$ ne dopušča arbitraže?

3. naloga [20 točk]

V nalogi privzemite, da je $K < H$. *Nakupna opcija z vrzeljo (gap call)* z zapadlostjo T , izvršilno ceno K in *sprožilno ceno (trigger price)* H je finančni instrument, ki ob zapadlosti izplača/terja znesek $S_T - K$ pod pogojem, da je $S_T \geq H$, sicer pa ne izplača ničesar.

(a) Narišite graf odvisnosti izplačila nakupne opcije z vrzeljo ob zapadlosti od cene S_T .

Prodajna opcija z vrzeljo (gap put) z zapadlostjo T , izvršilno ceno K in sprožilno ceno H je finančni instrument, ki ob zapadlosti izplača/terja znesek $K - S_T$ pod pogojem, da je cena S_T strogo manjša od H , sicer pa ne izplača ničesar.

(b) Naj bo c_0^G premija nakupne opcije z vrzeljo, p_0^G pa premija prodajne opcije z vrzeljo v času 0. Dokažite, da na trgu brez arbitraže velja naslednja pariteta za opcije z vrzelmi

$$p_0^G = c_0^G - S_0 + KD(0, T).$$

Privzemite, da finančni trg lahko modeliramo z binomskim modelom.

(c) Naj bo $S_0 = 50$, $u = 1.1$, $d = 0.95$, $R = 3\%$. Določite premijo nakupne opcije z vrzeljo z zapadlostjo 2, izvršilno ceno 50 in sprožilno ceno 55.

(d) *Neodvisno od podatkov iz (c)*. Izpeljite formulo za vrednotenje nakupne opcije z vrzeljo z zapadlostjo $T > 0$, izvršilno ceno K in sprožilno ceno H v binomskem modelu s parametri S_0 , u , d in R . Privzemite, da je $S_0 d^T < K < H < S_0 u^T$.