



FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

21. avgust 2013

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.

Na voljo imate 120 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni do petka, 23. avgusta 2013, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.					
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Obveznica s spremenljivo obrestno mero z vzvodom in pribitkom (*leveraged¹ floater with spread*) je vrednostni papir z nominalno vrednostjo N , ki ob kuponških datumih t_i , $i = 1, \dots, n$, izplača znesek

$$C_i = N(t_i - t_{i-1})(k \cdot L(t_{i-1}, t_i) + \delta),$$

ob dospelju $T = t_n$ pa še nominalno vrednost.

Naj bo $t_0 = 0$ trenutek izdaje obveznice in $t_i - t_{i-1} = \Delta$ za vse i . Današnja časovna struktura navadne obrestne mere Euribor je

t	0.5	1
$L(0, t)$	0.35%	0.55%

- (a) Naj bo $T = 1$, $n = 2$, $N = 1000$ EUR, $k = 2$ in $\delta = 1\%$. V času 0 pripravite strategijo, ki v prihodnosti ponuja enaka izplačila kot obveznica s spremenljivo obrestno mero z vzvodom in pribitkom. Dokažite njeno ustreznost.
- (b) Določite ceno obveznice iz (a).
- (c) Spremenite pribitek δ tako, da bo vrednost obveznice ob izdaji enaka njeni nominalni vrednosti.

¹Izraz *leveraged* uporabljamo pri $k > 1$. Pri $k < 1$ se obveznica imenuje *deleveraged floater*.

2. naloga [15 točk]

Trg z delnico S in netveganim bančnim računom B opišemo z Black-Scholesovim modelom z močjo obresti Y in volatilitnostjo σ . Opcijsko strategijo *razkorak* (*straddle*) v času 0 sestavimo z nakupom evropske nakupne in prodajne opcije na delnico S . Opciji imata zapadost T in izvršilno ceno K .

- (a) Narišite graf izplačil razkoraka ob zapadlosti T kot funkcije cene delnice S_T .
- (b) Naj bo c_0^E premija evropske nakupne opcije v času 0. Pokažite, da je $\frac{\partial c_0^E}{\partial K} = -e^{-YT} \Phi(d_2)$.
- (c) Naj bo x_0 premija razkoraka v času 0. Izračunajte $\frac{\partial x_0}{\partial K}$.
Nasvet: Kaj imata nakupna in prodajna opcija skupnega?
- (d) Naj bo $Y = 2\%$, $S_0 = 10$ EUR, $\sigma = 20\%$, $T = \frac{1}{2}$ in $K = 11$. Določite premijo razkoraka.
Izračunajte d_1 in d_2 in upoštevajte, da je $\Phi(d_1) = 0.2972$ in $\Phi(d_2) = 0.2502$.

3. naloga [20 točk]

V dvoobdobnem modelu finančnega trga razpolagamo z vrednostnima papirjema S in W . Danes sta njuni ceni $S_0 = W_0 = 10$ EUR. V vsakem nadaljnem obdobju lahko vrednost papirja S naraste ali pade za 10%, vrednost papirja W pa naraste ali pade za 20%. Pri tem vrednosti papirjev S in W vselej hkrati narasteta in hkrati padeta.

- (a) Narišite drevo dogodkov in pokažite, da model trga ne dopušča arbitraže in je poln.
- (b) Na papirja S in W izdamo *opcijo zamenjave (exchange option)*, ki ob zapadlosti 2 izplača znesek $\max\{S_2 - W_2, 0\}$, pred zapadlostjo pa ne izplača ničesar. Določite premijo opcije ob izdaji.
- (c) Določite izvedbeno strategijo opcije iz naloge (b).
- (d) Privzemite, da je na trgu možno opcijo iz (b) kupiti/prodati za 0.50 EUR. Dokažite, da je s tem možna arbitraža, in pripravite arbitražno strategijo.

Opomba: Arbitražne strategije ni treba dokazati. Zadošča navedba treh portfeljev.