



FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

4. julij 2011

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.

Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni do srede, 6. julija 2011, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.					
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Obravnavamo enoobdobni model trga, na katerem trgujemo z dvema enotskima brezkuponskima obveznicama različnih izdajateljev. Prva obveznica je netvegana z začetno ceno $0 < D < 1$. Druga obveznica je tvegana (lahko propade): njena začetna cena je $0 < F < 1$, njeno izplačilo v času 1 pa je v primeru solventnosti izdajatelja enako 1, v primeru bankrota pa izplača delež $0 \leq \delta < 1$, znan kot *stopnja povračila* (*recovery rate*).

- (a) Določite do tveganja nevtralno verjetnost v modelu ter potrebne in zadostne pogoje za parametre D , F in δ , pod katerimi je obravnavani trg brez arbitraže?
- (b) Izrazite do tveganja nevtralno verjetnost bankrota izdajatelja druge obveznice s pomočjo D , F in δ .
- (c) Naj bo trg brez arbitraže in naj bo naravna verjetnost bankrota izdajatelja druge obveznice enaka p . Izračunajte pričakovani donos tvegane obveznice in določite potrebne in zadostne pogoje za parameter p , pod katerimi je pričakovani donos tvegane obveznice višji od pričakovanega donosa netvegane obveznice. Pojasnite rezultat.

Pomoč: Enostavni donos portfelja ϕ je slučajna spremenljivka $r_\phi = \frac{V_1(\phi) - V_0(\phi)}{V_0(\phi)}$.

2. naloga [15 točk]

Delnica S je danes (čas 0) vredna 12 EUR, časovna struktura netvegane moči obresti pa je konstantna pri 8%. Finančnik si je zamislil izvedeni finančni instrument X , napisan na delnico S , ki bo ob zapadlosti v trenutku $T = \frac{1}{4}$ ponujal naslednja izplačila:

$$X_T = \begin{cases} S_T - 5; & 10 \leq S_T < 15 \\ 25 - S_T; & 15 \leq S_T < 20 \\ 5; & \text{sicer} \end{cases}$$

- Skicirajte graf izplačil ob zapadlosti v odvisnosti od cene delnice S_T .
- Dokažite, da je možno izplačila finančnega instrumenta X predstaviti kot izplačila portfelja klasičnih evropskih opcij (opcijske strategije) in bančnega računa. Natančno opišite portfelj.
- Dokažite, da je možno izplačila finančnega instrumenta X predstaviti kot izplačila portfelja samo klasičnih evropskih opcij (opcijske strategije). Natančno opišite portfelj.

Privzemite, da ceno delnice modeliramo z Black-Scholesovim modelom. Njen pričakovani letni logaritemski donos je 10%, nestanovitnost pa 40%.

- Z opisanim Black-Scholesovim modelom določite ceno pogojne terjatve X . Rešitev zapišite s pomočjo funkcije Φ .

3. naloga [20 točk]

Določanje časovne strukture obrestnih mer: Povsod v nalogi uporabite *navadno* obrestovanje.

Investicijska banka A z visoko bonitetno oceno pri poslovanju s finančnimi institucijami uporablja obrestno mero Euribor. Pred pol leta je veljalo $L(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = 1.50\%$, na današnji dan¹ pa sta znani vrednosti $L(0, \frac{1}{2}) = 1.80\%$ in $L(0, 1) = 2.17\%$.

- (a) Pred natanko pol leta je banka A izdala 2-letno kuponsko obveznico z nominalno vrednostjo 1000 EUR in letnimi kuponi po 3% kuponski obrestni meri. Prvi kupon bo izplačan leto po izdaji, drugi pa ob dospetju skupaj z nominalno vrednostjo. Danes cena obveznice na trgu znaša 1025 EUR. Izračunajte $L(0, \frac{3}{2})$.
- (b) Banka A danes omogoča brezplačno sklenitev dolge ali kratke pozicije v dogovoru o terminski obrestni meri z dnem poravnave čez 1 leto in dospetjem čez 2 leti. Za navidezno glavnico 100 000 EUR ponuja terminsko obrestno mero 3.35%. Izračunajte $L(0, 2)$.
- (c) Banka A ima odprte tudi klasične zamenjave obrestnih mer z navidezno glavnico 100 000 EUR, letnimi izplačili in dospetjem v času $\frac{5}{2}$. Spremenljiva izplačila v zamenjavi so vezana na pretekli letni Euribor, fiksna pa na obrestno mero 3%. Naslednja izplačila bodo zapadla čez pol leta. Finančna institucija z dolgo pozicijo v zamenjavi lahko svojo pozicijo zapre s plačilom 860 EUR banki. Izračunajte $L(0, \frac{5}{2})$.
- (d) Banka B z nižjo bonitetno oceno pri nekaterih medbančnih poslih (npr. pri zadolževanju) uporablja obrestni pribitek v višini 120 bazičnih točk (to je 1.2%) na netvegani Euribor. Danes namerava izdati kuponske obveznice z nominalnimi vrednostmi 1000 EUR, dospetjem 2 leti in letnimi kuponi. Določite višino kupona tako, da bo obveznica ob izdaji naprodaj po svoji nominalni vrednosti (*at par*).

¹Podatki so z dne 1.7.2011 in zaokroženi na dve decimalni mesti. Vir: www.euribor-ebf.eu