



## FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

29. junij 2009

Ime in priimek: \_\_\_\_\_ Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse.  
Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.  
Izpit morate obvezno oddati.

Vse odgovore utemeljite. Na voljo imate 120 minut. Veliko uspeha!

**Rezultati bodo objavljeni v sredo, 1. julija 2009, v spletni učilnici predmeta.**

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.					
3.				•	
Skupaj	•	•	•	•	

### **1. naloga** [15 točk]

Delnica podjetja A je trenutno ( $t = 0$ ) vredna 50 EUR, netvegana moč obresti pa ves čas znaša 5% za vsa dospelja. Na trgu predvidevajo, da delnica ne bo izplačala dividend v naslednjih treh mesecih.

- (a) Izračunaj izročitveno ceno za nakup ene delnice podjetja A čez 3 mesece.
- (b) Denimo, da podjetje A takoj za tem (še vedno ob  $t = 0$ ) najavi, da bo čez 2 meseca izplačalo dividende v višini 2 EUR na delnico. Kakšna mora biti nova izročitvena cena za nakup ene delnice podjetja A čez 3 mesece?
- (c) Če se po najavi dividend (še vedno ob  $t = 0$ ) izročitvena cena za nakup delnice na trgu ne spremeni, je s tem omogočena arbitražna. Privzemite, da je vrednost terminskega posla ob sklenitvi še vedno enaka 0. Določite in dokažite arbitražno strategijo.

## 2. naloga [15 točk]

V trenutku 0, ko je cena delnice  $S$  enaka  $S_0 = 100$  EUR, na delnico zapišemo tri opcije z zapadlostjo  $T = 2$ . Privzemimo, da gibanje cene delnice  $S$  lahko opišemo z dvoobdobnim binomskim modelom s parametroma  $u = 1.1$  in  $d = 0.95$ . Netvegana obrestna mera na bančnem računu naj bo  $R = 5\%$  za eno obdobje.

- (a) Izračunajte možne cene delnice  $S$  v trenutku 2 in do prihodnosti nevtralne verjetnosti za te cene. Odgovorov ne ponavljajte.
- (b) Prva opcija je evropska nakupna opcija z izvršilno ceno  $K_1 = 100$  EUR. Izračunajte njeno ceno v času 0.

Finančni instrumenti, pri katerih so izplačila odvisna od povprečne cene delnice v nekem časovnem obdobju, so *azijski instrumenti*. Označimo z  $\bar{S} = \frac{1}{3}(S_0 + S_1 + S_2)$  povprečno ceno delnice  $S$  v času življenja opcij.

- (c) Druga opcija je *nakupna opcija na povprečno vrednost delnice (average price call)* z izvršilno ceno  $K_2 = 100$  EUR; to je finančni instrument, ki ob zapadlosti  $T$  imetniku omogoča izplačilo  $\max\{\bar{S} - K_2, 0\}$ , pred zapadlostjo pa ničesar. S privzetim modelom izračunajte ceno druge opcije.
- (d) Tretja opcija je *nakupna opcija s povprečno izvršilno ceno (average strike call)*. Ta finančni instrument ob zapadlosti omogoča izplačilo  $\max\{S_T - \bar{S}, 0\}$ , pred zapadlostjo pa ničesar. Izračunajte ceno tretje opcije.

### 3. naloga [20 točk]

Korporacija je danes izdala tri obveznice:  $B_1$ ,  $B_2$  in  $B_3$ . Vse imajo dospetje 3 leta in nominalno vrednost 100 EUR.

- $B_1$  – kuponska obveznica z letnimi kuponi in 8% kuponsko obrestno mero,
- $B_2$  – kuponska obveznica z letnimi kuponi in 6% kuponsko obrestno mero,
- $B_3$  – brezcuponska obveznica.

Kuponski obveznici ob dospetju izplačata nominalno vrednost in zadnji kupon.

- (a) Ob izdaji je cena prve kuponske obveznice 102 EUR, druge pa 97 EUR. Izračunajte ceno brezcuponske obveznice ob izdaji. Privzemite, da je trg popoln.
- (b) V času  $t = 1$  (tako po izplačilu prvega kupona) želi banka na obveznico  $B_2$  napisati evropsko prodajno opcijo z izvršilno ceno 100 EUR in zapadlostjo 2, to je takoj po izplačilu drugega kupona. Uporabite naslednjo časovno strukturo netveganih navadnih obrestnih mer

$t$	2	3
$L(1, t)$	5.0%	6.0%

in določite meji za ceno te opcije v času 1.

*Nasvet: Najprej izračunajte ceno obveznice  $B_2$  po izplačilu prvega kupona.*

- (c) Kakšna bo morala biti obrestna mera  $L(2, 3)$  ob zapadlosti prodajne opcije iz naloge (b), da se bo opcijo splačalo izvršiti. Navedite interval.