



FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

24. junij 2010

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Od izpita lahko kadarkoli odstopite tako, da na naslovno stran napišete *odstopam*.
Izpit morate obvezno oddati.

Vse odgovore utemeljite. Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni do srede, 30. junija 2010, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.					
2.					
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Podana je naslednja časovna struktura navadne obrestne mere (Euribor):

T	0.5	1	1.5	2	2.5
$L(0, T)$	0.50%	1.25%	1.90%	2.65%	3.10%

- (a) Izračunajte termnsko obrestno mero $L(0, 1, 2)$.
- (b) *Obratna obveznica s spremenljivo obrestno mero (inverse floater)* je obrestni finančni instrument, ki izplačuje letne kupone, vezane na razliko med fiksno (določeno ob nakupu) in spremenljivo obrestno mero.
- To pomeni, da v trenutku t_i izplača (oziroma terja, če je negativen) kupon v višini $C_i = N(L_{\text{IF}} - L(t_{i-1}, t_i))$, kjer je N nominalna vrednost, L_{IF} fiksna obrestna mera in $L(t_{i-1}, t_i)$ spremenljivi Euribor. Ob dospetju izplača še nominalno vrednost. Prvi kupon bo izplačan (terjan) čez natanko eno leto.
- Pojasnite, kako je obratni floater povezan z drugimi znanimi obrestnimi instrumenti.
- (c) Naj bo $N = 1000$, $L_{\text{IF}} = 2\%$ in dospetje obratne obveznice 2 leti. Določite vrednost obratne obveznice v času 0.
- (d) Kolikšna mora biti obrestna mera $L(1, 2)$, da bo vrednost obratne obveznice iz (c) po izplačilu prvega kupona nižja od njene nominalne vrednosti?

2. naloga [15 točk]

Podjetnik je pred letom dni za izpolnitev prejetega naročila potreboval 80 000 EUR. 24. junija 2009 se je odločil na banki najeti kredit. Sposojeni znesek je nameraval povrniti v 4 enakih polletnih obrokih, pri čemer bi prvi obrok plačal pol leta po najemu kredita. Banka mu je ponudila evrski kredit z nominalno obrestno mero 6.3% in polletnim obrestovanjem ter devizni kredit v švicarskih frankih (CHF) z nominalno obrestno mero 6.0% in polletnim obrestovanjem.

- (a) Podjetnik se je odločil za devizni kredit. Izračunajte višino polletne anuitete, s katero odplačuje kredit, če je takrat menjalni tečaj znašal 1.5183 CHF za 1 EUR?.

Ker podjetnik posluje v evrih, mora pred plačilom anuitete vedno na banki kupiti švicarske franke. Menjalni tečaj med evrom in frankom je 24. decembra 2009 znašal 1.4882 CHF za 1 EUR, danes¹ (24. junija 2010) pa 1.3611 CHF za 1 EUR.

- (b) Kolikšna je (bila) evrska vrednost prve in druge anuitete?
- (c) Podjetnika skrbi še nadaljnje padanje vrednosti evra, zato se odloči za sklenitev valutnih terminskih poslov za nakup ustrezne količine frankov tik pred zapadlostima naslednjih dveh anuitet.

Danes sta podani časovni strukturi navadnih netveganih obrestnih mer Euribor in CHF Libor:

T	0.5	1
$L^{\text{CHF}}(0, T)$	0.2067%	0.4983%
$L^{\text{EUR}}(0, T)$	1.024%	1.296%

Kakšna menjalna tečaja si lahko zagotovi podjetnik s sklenitvijo terminskih poslov, če privzamete, da je vrednost poslov danes enaka 0? Kolikšni bosta evrski vrednosti tretje in četrte anuitete?

- (d) Ali se je podjetniku devizni kredit splačal?

Nasvet: Primerjajte evrske vrednosti anuitet z anuiteto, ki bi jo plačeval pri evrskem kreditu.

¹Podatki so v resnici včerajšnji.

3. naloga [20 točk]

Nakupna opcija s kapico (*capped call option*) z zapadlostjo $T > 0$, izvršilno ceno $K > 0$ in mejo $A > 0$ je finančni instrument X , podoben evropski nakupni opciji, le da je njegovo izplačilo ob zapadlosti navzgor omejeno s konstanto A

$$X_T = \min\{A, \max\{S_T - K, 0\}\}.$$

(a) Zapišite izplačila nakupne opcije s kapico ob zapadlosti kot funkcijo S_T . Narišite graf.

Cena delnice S danes znaša $S_0 = 100$, njen prihodnji razvoj pa naj opisuje binomski model s parametri $u = 1.1$, $d = 0.95$, $T = 3$ ter netvegano obdobjno obrestno mero $R = 5\%$. Delnica ne izplačuje dividend.

(b) Izračunajte do prihodnosti nevtralne verjetnostni končnih stanj v modelu.

(c) Na delnico S napišemo nakupno opcijo s kapico z zapadlostjo 3, izvršilno ceno 90 in mejo 30. S privzetim modelom določite njeno začetno premijo.

(d) Izpeljite formulo za vrednotenje splošne nakupne opcije s kapico z zapadlostjo $T > 0$, izvršilno ceno K in mejo A v splošnem binomskem modelu s parametri u , d in R . Privzemite, da je $S_0 d^T < K < K + A < S_0 u^T$.

Opomba: Rešitev naj ne vsebuje funkcij min ali max.