



FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

28. junij 2012

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.

Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni do srede, 4. julija 2012, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.					
2.					
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Naj bo S_t cena delnice S v trenutku t . *Delniško ovratnico (equity collar)* v času 0 sestavimo z

- nakupom delnice S ,
- nakupom prodajne opcije z izvršilno ceno K ,
- prodajo (izdajo) nakupne opcije z izvršilno ceno L .

Pri tem sta obe opciji napisani na delnico S in imata zapadlost $T > 0$.

(a) Naj bo $K = 16$ in $L = 30$. Določite izplačila delniške ovratnice v času T v odvisnosti od S_T .

Naj bo $S_0 = 20$, zapadlost ovratnice $T = 1$ in naj trenutna netvegana obrestna mera za to dospetje znaša $R = 5\%$. Privzemite, da bodo v času 1 možne tri cene delnice S , in sicer 28, 21 in 14.

(b) Izberite delnico S za numerar in določite pripadajočo ekvivalentno martingalsko verjetnost. Ali je na trgu možna arbitraža?

Nasvet: Pri bančnem računu vzemite $B_0 = 20$.

(c) Določite ceno delniške ovratnice iz (a).

(d) Privzemite, da je delniška ovratnica iz (a) postala likviden finančni instrument in da se je na trgu zanjo izoblikovala cena $= 20\frac{5}{7}$. Na trgu bi radi izdali še eno delniško ovratnico. Fiksirajmo $K = 16$. Ali je možno izbrati tak $L > 21$, da bo cena delniške ovratnice enaka ceni delnice S (*zero cost collar*)?

2. naloga [15 točk]

Predvideno gibanje cene delnice S v prihodnosti naj opisuje binomski model s tremi obdobji in faktorjema $u = 1.1$ ter $d = 0.9$. Danes je delnica vredna 20 EUR, obdobjna obrestna mera za netvegani bančni račun pa znaša 2% in se v prihodnosti ne bo spreminjala.

- (a) Določite porazdelitev cene delnice v času 2 glede na do tveganja nevtralno verjetnost.
- (b) Na delnico je napisana evropska prodajna opcija z zapadlostjo $T = 2$ in izvršilno ceno $K = 19$ EUR. Določite njeno premijo v času 0.

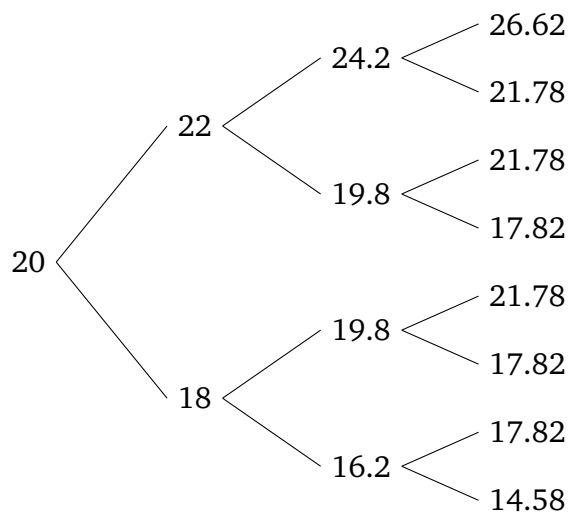
S strani izdajatelja podaljšljiva prodajna opcija (*writer extendable put option*) z zapadlostjo T in izvršilno ceno K ter podaljšano zapadlostjo U in prilagojeno izvršilno ceno L je izvedeni finančni instrument, ki imetniku ob zapadlosti daje pravico do prodaje delnice S po ceni K . Če je tedaj cena delnice višja od K , ima imetnik nato pravico še do prodaje iste delnice v trenutku U po ceni L .

- (c) Naj bo $T = 2$, $K = 19$ EUR, $U = 3$ in $L = 18.5$ EUR. Določite premijo s strani izdajatelja podaljšljive prodajne opcije v času 0.

S strani imetnika podaljšljiva nakupna opcija (*holder extendable call option*) z zapadlostjo T in izvršilno ceno K ter podaljšano zapadlostjo $U > T$ in prilagojeno izvršilno ceno L je izvedeni finančni instrument, ki imetniku ob zapadlosti T daje pravico in (ne obveznost) do nakupa delnice po ceni K ali do nakupa evropske nakupne opcije z zapadlostjo U in izvršilno ceno L za znesek A .

- (d) Naj bo $T = 2$, $K = 19$ EUR, $U = 3$, $L = 18.5$ EUR in $A = 1$ EUR. Določite premijo s strani imetnika podaljšljive nakupne opcije v času 0.

Nasvet: Ob zapadlosti T izračunajte vrednosti vseh treh možnosti, ki jih ima imetnik opcije.



3. naloga [20 točk]

Danes je podana naslednja časovna struktura *navadnih* obrestnih mer za evre (EUR, Euribor) in švedske krone (SEK, Stibor¹)

t	0.25	0.50	0.75	1.00
$L^{\text{EUR}}(0, t)$	0.65%	0.90%	1.05%	1.20%
$L^{\text{SEK}}(0, t)$	2.10%	2.35%	2.50%	2.65%

Trenutni menjalni tečaj med valutama znaša 8.8242 SEK za 1 EUR.

Švedsko podjetje želi pri banki skleniti dogovor o terminski obrestni meri za depozit 100 000 SEK za šestmesečno obdobje s pričetkom čez pol leta. Po pregledu bančnih ponudb ugotovi, da je izbira tovrstnih poslov zelo omejena in neugodna. Podjetje hkrati spozna, da sta trga valutnih terminskih poslov EUR-SEK ter dogovorov o terminski obrestni meri za evrske depozite izredno likvidna.

- Izračunajte terminski obrestni meri $L^{\text{EUR}}(0, \frac{1}{2}, 1)$ in $L^{\text{SEK}}(0, \frac{1}{2}, 1)$ ter terminska menjalna tečaja med evrom in krono za ročnosti čez pol leta in eno leto. Pri tem jasno opredelite zneske in valute.
- Pokažite, da si lahko podjetje s primerno kombinacijo valutnih terminskih poslov in dogovorov o evrski terminski obrestni meri zagotovi vnaprej znano obrestno mero na depozit v domači valuti. Natančno opišite uporabljen strategijo.
- Izračunajte obrestno mero depozita, ki si jo bo zagotovil podjetnik s pomočjo strategije iz (b), ter rezultat primerjajte s terminsko obrestno mero $L^{\text{SEK}}(0, \frac{1}{2}, 1)$.
- Dokažite, da na trgu brez arbitraže obstaja zveza med terminskimi obrestnimi merami v različnih valutah.

Nasvet: Naj bo $0 < T < U$ in naj $L^d(0, t)$ in $L^f(0, t)$ označujeta trenutni navadni obrestni meri za obdobje $[0, t]$ v domači in tuji valuti.

Kot v nalogi privzemite, da si podjetnik želi zagotoviti depozit N enot domače valute v obdobju $[T, U]$. Primerjajte končna zneska pri dveh strategijah.

¹Stockholm Interbank Offered Rate