**1. naloga** [15 točk]

Naj bo $S_t$ cena delnice $S$ v trenutku $t$. *Delniško ovratnico (equity collar)* v času 0 sestavimo z

- nakupom delnice $S$,
- nakupom prodajne opcije z izvršilno ceno $K$,
- prodajo (izdajo) nakupne opcije z izvršilno ceno $L$.

Pri tem sta obe opciji napisani na delnico $S$ in imata zapadlost $T > 0$.

3 (a) Naj bo $K = 16$ in $L = 30$. Določite izplačila delniške ovratnice v času $T$ v odvisnosti od $S_T$.

Naj bo $S_0 = 20$, zapadlost ovratnice $T = 1$ in naj trenutna netvegana obrestna mera za to dospetje znaša $R = 5\%$. Privzemite, da bodo v času 1 možne tri cene delnice $S$, in sicer 28, 21 in 14.

5 (b) Izberite delnico $S$ za numerar in določite pripadajočo ekvivalentno martingalsko verjetnost. Ali je na trgu možna arbitraža?

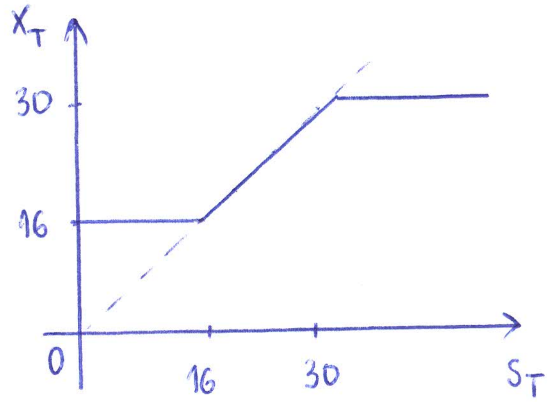
*Nasvet: Pri bančnem računu vzemite* $B_0 = 20$.

3 (c) Določite ceno delniške ovratnice iz (a).

4 (d) Privzemite, da je delniška ovratnica iz (a) postala likviden finančni instrument in da se je na trgu zanjo izoblikovala cena $= 20\frac{5}{7}$. Na trgu bi radi izdali še eno delniško ovratnico. Fiksirajmo $K = 16$. Ali je možno izbrati tak $L > 21$, da bo cena delniške ovratnice enaka ceni delnice $S$ (*zero cost collar*)?

(a) $X_T = S_T + \max\{16 - S_T, 0\} - \max\{S_T - 30, 0\} =$ 1

$$= \begin{cases} S_T < 16: & S_T + 16 - S_T + 0 = \underline{16} \\ 16 \le S_T \le 30: & S_T + 0 - 0 = \underline{S_T} \\ 30 < S_T: & S_T + 0 - S_T + 30 = \underline{30} \end{cases}$$ 2




(b) Enoobdobni model trga

$$c = \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 21 & 28 \\ 21 & 21 \\ 21 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{M} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & 1 \\ 1 & 1 \\ \frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{array}$$ 2

$$\frac{3}{4}q_1 + q_2 + \frac{3}{2}q_3 = 1 \ / \cdot 4$$
$$q_1 + q_2 + q_3 = 1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 6 & 4 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{array}\right]$$

$q_2 + 3q_3 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{q_2 = 1 - 3q_3}}$ 1

$q_1 = 1 - q_2 - q_3 = 1 - 1 + 3q_3 - q_3 = \underline{\underline{2q_3 = q_1}}$

$q_3$ parameter

Pozitivnost verjetnosti $q_i$

$$\left.\begin{array}{l} q_3 > 0 \\ q_1 = 2q_3 > 0 \ \checkmark \\ q_2 = 1 - 3q_3 > 0 \Rightarrow q_3 < \frac{1}{3} \end{array}\right\} \quad \underline{\underline{0 < q_3 < \frac{1}{3}}} \quad 2$$

$\Rightarrow \exists$ ekv. martingalska verjetn.

$\Rightarrow$ TBA

ⓒ Delniška ovratnica je pogojna terjatev

$$X_1 = \begin{bmatrix} 28 \\ 21 \\ 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 16/14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 8/7 \end{bmatrix} \quad 1$$

diskontirana cena $\tilde{c}_X = \frac{c_X}{20} = E_Q(\tilde{X}_1) = q_1 + q_2 + \frac{8}{7} q_3 =$

$= 2q_3 + 1 - 3q_3 + \frac{8}{7} q_3 =$

$= \underline{1 + \frac{1}{7} q_3}$ 1

$\Downarrow$

$c_X = 20 + \frac{20}{7} q_3$

$c_X \in \left(20, 20 + \frac{20}{7} \cdot \frac{1}{3}\right) = \underline{\underline{\left(20, 20\tfrac{20}{21}\right)}}$ 1

ⓓ
$$\left.\begin{array}{l} c_X = 20 + \frac{20}{7} q_3 = 20 + \frac{5}{7} \\ \Rightarrow \frac{20}{7} q_3 = \frac{5}{7} \\ \Rightarrow \underline{\underline{q_3 = \frac{1}{4}}} \Rightarrow q_1 = \frac{1}{2}, q_2 = \frac{1}{4} \quad 1 \end{array}\right\} \text{ trg je postal poln}$$

Cena ovratnice je enaka ceni delnice, ko sta ceni opcij enaki

- $Y_1 = \max\{16 - S_T, 0\} \Rightarrow Y_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{Y}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{7} \end{bmatrix}$ 1

$c_Y = 20 \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{20}{28} = \frac{5}{7}$

- $\left.\begin{array}{l} Z_1 = \max\{S_T - L, 0\} \\ L > 21 \end{array}\right\} \Rightarrow Z_1 = \begin{bmatrix} 28 - L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{Z}_1 = \begin{bmatrix} 1 - \frac{L}{28} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$c_Z = 20\left(1 - \frac{L}{28}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{7}$

$5\left(1 - \frac{L}{28}\right) = \frac{5}{7} \Rightarrow \underline{\underline{L = 24}}$ 2

**2. naloga** [15 točk]

Predvideno gibanje cene delnice v prihodnosti naj opisuje binomski model s tremi obdobji in faktorjema $u = 1.1$ ter $d = 0.9$. Danes je delnica vredna 20 EUR, obdobna obrestna mera za netvegani bančni račun pa znaša 2% in se v prihodnosti ne bo spreminjala.

3 (a) ~~Narišite drevo dogodkov ter~~ določite porazdelitev cene delnice v času 2 glede na do tveganja nevtralno verjetnost.

3 (b) Na delnico je napisana evropska prodajna opcija z zapadlostjo $T = 2$ in izvršilno ceno $K = 19$ EUR. Določite njeno premijo v času 0.

*S strani izdajatelja podaljšljiva prodajna opcija* (*writer extendable put option*) z zapadlostjo $T$ in izvršilno ceno $K$ ter podaljšano zapadlostjo $U$ in prilagojeno izvršilno ceno $L$ je izvedeni finančni instrument, ki imetniku ob zapadlosti daje pravico do prodaje delnice po ceni $K$. Če je tedaj cena delnice višja od $K$, ima imetnik nato pravico še do prodaje iste delnice v trenutku $U$ po ceni $L$.

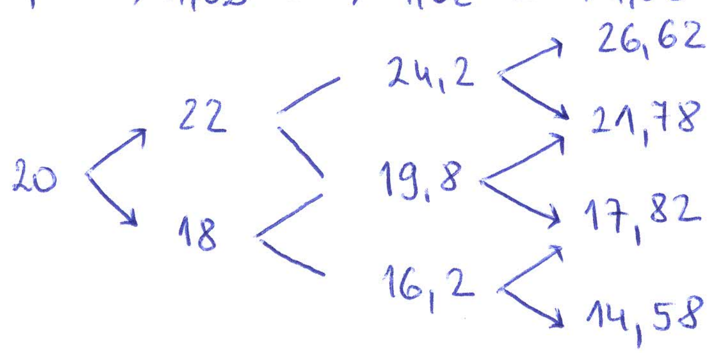
4 (c) Naj bo $T = 2$, $K = 19$ EUR, $U = 3$ in $L = 18.5$ EUR. Določite premijo s strani izdajatelja podaljšljive prodajne opcije v času 0.

*S strani imetnika podaljšljiva nakupna opcija* (*holder extendable call option*) z zapadlostjo $T$ in izvršilno ceno $K$ ter podaljšano zapadlostjo $U > T$ in prilagojeno izvršilno ceno $L$ je izvedeni finančni instrument, ki imetniku ob zapadlosti $T$ daje pravico in (ne obveznost) do nakupa delnice po ceni $K$ ali do nakupa evropske nakupne opcije z zapadlostjo $U$ in izvršilno ceno $L$ za znesek $A$.

5 (d) Naj bo $T = 2$, $K = 19$ EUR, $U = 3$, $L = 18.5$ EUR in $A = 1$ EUR. Določite premijo s strani imetnika podaljšljive nakupne opcije v času 0.

*Nasvet: Ob zapadlosti $T$ izračunajte vrednosti vseh treh možnosti, ki jih ima imetnik opcije.*

(a) $B: 1 \longrightarrow 1{,}02 \longrightarrow 1{,}02^2 \longrightarrow 1{,}02^3$




$$q = \frac{1+r-d}{u-d} = \frac{1{,}02-0{,}9}{1{,}1-0{,}9} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \quad 1$$

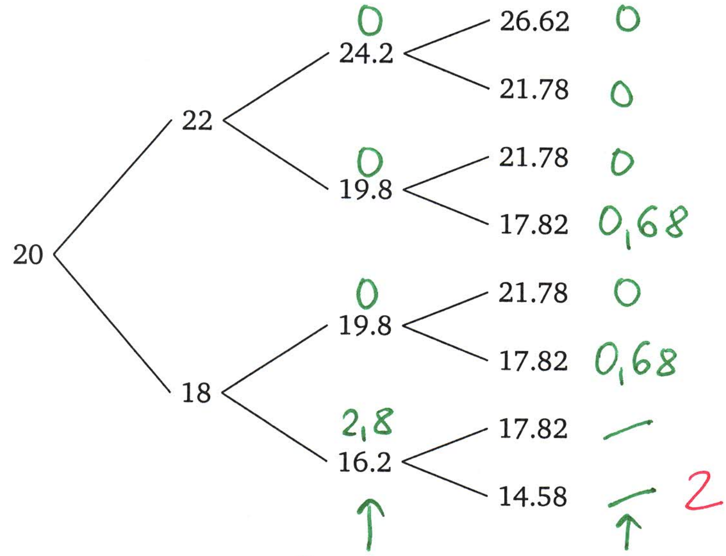
$$S_2 \overset{Q}{\sim} \begin{pmatrix} 24{,}2 & 19{,}8 & 16{,}2 \\ \frac{9}{25} & \frac{12}{25} & \frac{4}{25} \end{pmatrix} \quad 2$$

(b) Evropska prodajna opcija : $X_2 = \max\{19 - S_2, 0\}$

| cena | izplačilo | verjetnost |
|---|---|---|
| 24,2 | 0 | $\frac{9}{25}$ |
| 19,8 | 0 | $\frac{12}{25}$ |
| 16,2 | 2,8 1 | $\frac{4}{25}$ |

$$p_0^E = \frac{1}{1{,}02^2} \cdot 2{,}8 \cdot \frac{4}{25} = 0{,}4306 \quad 2$$

ⓒ Izplačila podaljšljive opcije so odvisna tudi od poti cene delnice




$$c = \frac{1}{1{,}02^2}\cdot 2{,}8\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{1{,}02^3}\cdot 0{,}68\cdot 2\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$= \underline{\underline{0{,}5536}}$$ 2

$\max\{19-S_2,0\}$ $\max\{18{'}5-S_3,0\}$, če se v času 2 opcije ni splačalo izvršiti

ⓓ Ob zapadlosti $T=2$ imamo 3 možnosti:

- pusti opcijo, da propade $\Rightarrow 0$
- izvrši opcijo $\Rightarrow S_2-19$, če se splača
- podaljšaj $\Rightarrow$ vrednost $\left[\frac{1}{1{,}02}E_Q(\max\{S_3-18{'}5,0\}\mid\mathcal{F}_2)\right]-1$

V vsakem stanju izberemo najvišjo.

| cena $S_2$ | pusti | izvrši | podaljšaj |
|---|---|---|---|
| 24,2 | 0 | 5,2 | $\frac{1}{1{,}02}\left(\frac{3}{5}\cdot 8{,}12+\frac{2}{5}\cdot 3{,}28\right)-1 = 5{,}0627$ |
| 19,8 | 0 | 0,8 | $\frac{1}{1{,}02}\left(\frac{3}{5}\cdot 3{,}28+\frac{2}{5}\cdot 0\right)-1 = 0{,}9294$ |
| 16,2 | 0 | 0 | $0-1=-1$ |

3

$$c = \frac{1}{1{,}02^2}\left(5{,}2\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2 + 0{,}9294\cdot 2\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{5} + 0\right) = \underline{\underline{2{,}2281}}$$ 2

**3. naloga** [20 točk]

Danes je podana naslednja časovna struktura *navadnih* obrestnih mer za evre (EUR, Euribor) in švedske krone (SEK, Stibor[1])

| $t$ | 0.25 | 0.50 | 0.75 | 1.00 |
|---|---|---|---|---|
| $L^{EUR}(0,t)$ | 0.65% | 0.90% | 1.05% | 1.20% |
| $L^{SEK}(0,t)$ | 2.10% | 2.35% | 2.50% | 2.65% |

Trenutni menjalni tečaj med valutama znaša 8.8242 SEK za 1 EUR. ali 1 SEK = 0,1133 EUR

Švedsko podjetje želi pri banki skleniti dogovor o terminski obrestni meri za depozit 100 000 SEK za šestmesečno obdobje s pričetkom čez pol leta. Po pregledu bančnih ponudb ugotovi, da je izbira tovrstnih poslov zelo omejena in neugodna. Podjetje hkrati spozna, da sta trga valutnih terminskih poslov EUR-SEK ter dogovorov o terminski obrestni meri za evrske depozite izredno likvidna.

6 (a) Izračunajte terminski obrestni meri $L^{EUR}(0,\frac{1}{2},1)$ in $L^{SEK}(0,\frac{1}{2},1)$ ter terminska menjalna tečaja med evrom in krono za ročnosti čez pol leta in eno leto. Pri tem jasno opredelite zneske in valute.

6 (b) Pokažite, da si lahko podjetje s primerno kombinacijo valutnih terminskih poslov in dogovorov o evrski terminski obrestni meri zagotovi vnaprej znano obrestno mero na depozit v domači valuti. Natančno opišite uporabljeno strategijo.

3 (c) Izračunajte obrestno mero depozita, ki si jo bo zagotovil podjetnik s pomočjo strategije iz (b), ter rezultat primerjajte s terminsko obrestno mero $L^{SEK}(0,\frac{1}{2},1)$.

5 (d) Dokažite, da na trgu brez arbitraže obstaja zveza med terminskimi obrestnimi merami v različnih valutah.

*Nasvet: Naj bo $0 < T < U$ in naj $L^d(0,t)$ in $L^f(0,t)$ označujeta trenutni navadni obrestni meri za obdobje $[0,t]$ v domači in tuji valuti.* IZRAZI $L(0,T,U)$ Z DISKONTNIMI F.

*Kot v nalogi privzemite, da si podjetnik želi zagotoviti depozit $N$ enot domače valute v obdobju $[T,U]$. Primerjajte končna zneska pri dveh strategijah.*

(a)
$$L^{EUR}(0,\tfrac{1}{2},1) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}}\left(\frac{1+1\cdot L^{EUR}(0,1)}{1+\frac{1}{2}L^{EUR}(0,\frac{1}{2})} - 1\right) = 2\cdot\left(\frac{1+0{,}012}{1+\frac{1}{2}\cdot 0{,}009} - 1\right) = \underline{1{,}4933\,\%}$$

$$L^{SEK}(0,\tfrac{1}{2},1) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}}\left(\frac{1+1\cdot L^{SEK}(0,1)}{1+\frac{1}{2}L^{SEK}(0,\frac{1}{2})} - 1\right) = 2\cdot\left(\frac{1+0{,}0265}{1+\frac{1}{2}\cdot 0{,}0235} - 1\right) = \underline{2{,}9157\,\%}$$ 2

$1f = S_0 d$ : $f$ = EUR, $d$ = SEK $\Big\}$ 1 EUR = 8,8242 SEK, $S_0 = 8{,}8242$

Čez 6 mesecev : 1 EUR = $K_1$ SEK

$$K_1 = S_0 \cdot D^{EUR}(0,\tfrac{1}{2})\, A^{SEK}(0,\tfrac{1}{2}) = 8{,}8242 \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{2}\cdot 0{,}009}\cdot\left(1+\frac{1}{2}\cdot 0{,}0235\right) =$$

$= \underline{8{,}8879}$ 2 ali 1 SEK = 0,1125 EUR

[1] Stockholm Interbank Offered Rate

čez 1 leto: $1\ EUR = K_2\ SEK$

$K_2 = S_0 \cdot D^{EUR}(0,1) \cdot A^{SEK}(0,1) = 8{,}8242 \cdot \frac{1}{1+0{,}012} \cdot (1+0{,}0265) =$

$= \underline{8{,}9506}$ 2 ali $1\ SEK = 0{,}1117\ EUR$

(b) Strategija:

$t=\frac{1}{2}$: • zamenjaj 100 000 SEK v $\frac{100\ 000}{K_1}$ EUR

$\Rightarrow \frac{100\ 000}{8{,}8879} = 11\ 251{,}27$ EUR

• investiraj 11 251,27 EUR do časa 1 po dogovorjeni evrski obrestni meri $L^{EUR}(0,\frac{1}{2},1)$ 2

$t=1$: • prejmi $11\ 251{,}27 \cdot (1+\frac{1}{2} \cdot L^{EUR}(0,\frac{1}{2},1)) =$
$= 11\ 251{,}27 \cdot (1+\frac{1}{2} \cdot 0{,}014933) = 11\ 335{,}27$ EUR

• zamenjaj 11 335,27 EUR v $11335{,}27 \cdot K_2$ SEK

$\Rightarrow 11\ 335{,}27 \cdot 8{,}9506 = 101\ 457{,}87$ SEK 2

Posor:

$t=0$: • dogovori se za menjalni tečaj $K_1$ za ročnost $\frac{1}{2}$ in znesek 100 000 SEK oz. 11 251,27 EUR (dolga pozicija v švedski banki)

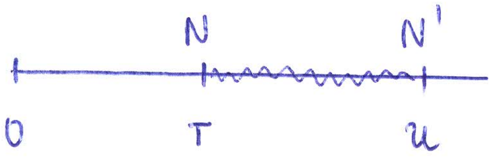
• dogovori se za terminsko obrestno mero $L^{EUR}(0,\frac{1}{2},1)$ za glavnico 11 251,27 EUR (kratka pozicija)

• dogovori se za menjalni tečaj $K_2$ za ročnost 1 in znesek 101 457,87 SEK oz. 11335,27 EUR (kratka pozicija v švedski banki)

(⇒ 2 valutna posla in 1 FRA) 2

(c) $100\ 000 \cdot (1+\frac{1}{2} \cdot L) = 101\ 457{,}87$

$\Rightarrow L = 2 \cdot \left(\frac{101\ 457{,}87}{100\ 000} - 1\right) = \underline{\underline{2{,}9157\,\% = L^{SEK}(0,\frac{1}{2},1)}}$ 3 d)




1) investicija v domači valuti

$$N_1' = N\left(1 + (u-T)\cdot L^d(0,T,u)\right) =$$

$$= N\left(\cancel{1} + \cancel{(u-T)}\cdot \frac{1}{\cancel{u-T}}\left(\frac{D^d(0,T)}{D^d(0,u)} - \cancel{1}\right)\right) =$$

$$= N\cdot \frac{D^d(0,T)}{D^d(0,u)}$$

2

2) investicija preko tuje valute

v času $T$: $1f = S_0\, D^f(0,T)\, A^d(0,T)\ d$

v času $u$: $1f = S_0\, D^f(0,u)\, A^f(0,u)\ d$

$$t = T:\quad N d = \frac{N}{S_0\, D^f(0,T)\, A^d(0,T)}\ f \qquad \text{investicija do } u$$

$$t = u:\quad \frac{N}{S_0\, D^f(0,T)\, A^d(0,T)}\cdot\left(1 + (u-T)\, L^f(0,T,u)\right)\ f$$

zamenjamo v domačo in dobimo

$$N_2' = \frac{N}{\cancel{S_0}\, D^f(0,T)\, A^d(0,T)}\cdot\left(1 + (u-T)L^f(0,T,u)\right)\cdot \cancel{S_0}\, D^f(0,u)\, A^f(0,u) =$$

$$= \frac{N}{D^f\cancel{(0,T)}\, A^d(0,T)}\cdot\left(\cancel{1} + \cancel{(u-T)}\,\frac{1}{\cancel{u-T}}\,\frac{D^f\cancel{(0,T)}}{D^f\cancel{(0,u)}} - \cancel{1}\right) D^f\cancel{(0,u)}\, A^d(0,u) =$$

$$= N\cdot \frac{A^d(0,u)}{A^d(0,T)} = N\cdot\frac{D^d(0,T)}{D^d(0,u)}$$

3

$\Rightarrow$ $N_1' = N_2'$

$\Rightarrow$ formule so usklajene!