



FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

27. junij 2013

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.

Na voljo imate 120 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni do ponedeljka, 1. julija 2013, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.					
2.					
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

V enoobdobnem modelu finančnega trga razpolagamo z delnicama S in W . Danes sta njuni ceni $S_0 = W_0 = 10$ EUR, do trenutka 1 pa lahko njuni vrednosti narasteta ali padeta za 20%. Pri tem sta dinamiki cen delnic S in W neodvisni.

- (a) Izberite delnico S za numerar in določite pripadajočo ekvivalentno martingalsko verjetnost.
- (b) Dokažite, da trg ne dopušča arbitraže.

Opcija na košarico (*basket option*) je izvedeni finančni instrument, katerega izplačila so odvisna od (utežene) sredine vrednosti delnic S^1, \dots, S^N . Izplačila opcije na aritmetično sredino so odvisna od zneska $A_t = \frac{1}{N}(S_t^1 + \dots + S_t^N)$, izplačila opcije na geometrijsko sredino pa od zneska $G_t = \sqrt[N]{S_t^1 \cdots S_t^N}$.

- (c) Določite premiji evropskih prodajnih opcij na aritmetično in geometrijsko sredino delnic S in W z zapadlostjo 1 in izvršilno ceno $K = 10$. Ali je katera od opcij na trgu dosegljiva?
- (d) Privzemite, da se je na trgu za prodajno opcijo na aritmetično sredino izoblikovala cena 1.25. Kako to vpliva na premijo prodajne opcije na geometrijsko sredino?

2. naloga [15 točk]

Privzemite dvoobdobni model trga. Delnica S je danes vredna $S_0 = 60$ EUR, njena vrednost pa v vsakem obdobju lahko zraste ali pade za 5%. Na netveganem bančnem računu v prvem obdobju obrestna mera znaša 2%, v drugem pa 3%. Na delnico zapišemo tri opcije z zapadlostjo 2.

- (a) Narišite drevo dogodkov in izračunajte do tveganja nevtralne verjetnosti stanj v času 2.
- (b) Prva opcija je ameriška prodajna opcija z izvršilno ceno 62 EUR. Določite njeno premijo.

Finančni instrumenti, katerih izplačila so odvisna od povprečne cene delnice v nekem časovnem obdobju, so *azijski instrumenti*. Označimo z $\bar{S}_t = \frac{1}{t+1}(S_0 + \dots + S_t)$ drseče povprečje cene delnice.

- (c) Druga opcija je *prodajna opcija s povprečno izvršilno ceno (average strike put)*. Ta finančni instrument ob zapadlosti T omogoča izplačilo $\max\{\bar{S}_T - S_T, 0\}$, pred zapadlostjo pa ničesar. Določite premijo opcije v času 0.
- (d) Tretja opcija je *havajska prodajna opcija (Hawaiian put)*. To je instrument ameriškega tipa z azijsko izvršilno ceno in ob izvršitvi v trenutku t imetniku ponuja izplačilo $\bar{S}_t - S_t$. Izvršitev opcije ni obvezna. Določite premijo opcije v času 0.

3. naloga [20 točk]

V trenutku 0 so objavljene naslednje netvegane navadne obrestne mere ($m = \text{mesec}$)

6m Euribor	2.00%
12m Euribor	2.15%
12 × 18 FRA	2.70%

Pri tem $a \times b$ FRA pomeni s terminskim poslom vnaprej dogovorjeno obrestno mero za obdobje, ki se prične čez a in konča čez b mesecev.

- (a) Določite časovno strukturo navadne obrestne mere za naslednjih 1.5 let.
- (b) Dokažite, da s portfeljem FRA-jev in transakcij na bančnem računu lahko pripravimo 1.5-letni amortizacijski kredit z glavnico v višini milijon evrov in polletnimi anuitetami. Natančno opišite portfelj (strategijo) in izračunajte višino anuitete.
- (c) Izračunajte nominalno obrestno mero kredita iz (b).
Opomba: Zapišite in karakterizirajte enačbo. Analitične rešitve ne potrebujete.
- (d) Kolikšen dobiček ustvari banka, če svojim komitentom 1.5-letni kredit z glavnico milijon evrov in polletnimi anuitetami ponuja po nominalni obrestni meri 4%?