Pisni izpit: 13. september 2010

1. naloga

(a) **[4 točke]**

Za osnovno premoženje vzamemo tono krušne pšenice s trenutno ceno $S_0 = 155$ EUR. Za skladiščenje pšenice se v trenutkih $T_1 = 0.5$ in $T_2 = 1$ plača 5 EUR.

Izročitveno ceno določimo po formuli $K = (S_0 + I(0, T_2)) \cdot A(0, T_2)$, kjer je $I(0, T_2)$ sedanja vrednost skladiščnin.

Računamo $I(0, T_2) = 5 \cdot D(0, T_1) + 5 \cdot D(0, T_2) = 5(e^{-\frac{1}{2} \cdot 0.0105} + e^{-0.0125}) = 9.9117$ EUR

in dobimo $K = (155 + 9.9117) \cdot e^{0.0125} = 166.986$ EUR za tono krušne pšenice.

(b) **[5 točk]**

Če bi posel enake ročnosti sklenili v trenutku 0.5 po plačilu skladiščnine, bi v njem za tono pšenice zapisali izročitveno ceno $K_1 = (S_{\frac{1}{2}} + I(\frac{1}{2}, 1)) \cdot A(\frac{1}{2}, 1)$.

S poenostavljanjem dobimo

$K_1 = (158 + 5D(\frac{1}{2}, 1)) \cdot A(\frac{1}{2}, 1) = 158A(\frac{1}{2}, 1) + 5 = 158e^{\frac{1}{2} \cdot 0.011} + 5 = 163.871$ EUR,

kar je manj v primerjavi z že sklenjenim poslom.

Vrednost svetovalčevega posla je zato negativna in znaša

$V_{\frac{1}{2}} = 136 \cdot (K_1 - K)D(\frac{1}{2}, 1) = 136 \cdot (-3.09756) = -421.269$ EUR.

(c) **[6 točk]**

Če bi imel novi posel z ročnostjo ob času 1.5 ob sklenitvi vrednost 0, bi imel zapisno izročitveno ceno $K_2 = (S_{\frac{1}{2}} + I(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})) \cdot A(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$.

Zopet računamo $I(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) = 5D(\frac{1}{2}, 1) + 5D(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) = 9.90553$ EUR,

$K_2 = (158 + 9.90553)e^{0.0135} = 170.188$ EUR.

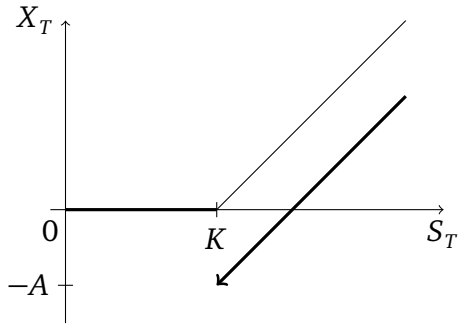
Zanima nas, pri kolikšnem K_3 bi imel posel (računamo za 1 tono) ob sklenitvi v času 0.5 vrednost -3.09756 EUR.

Rešujemo $(K_2 - K_3)D(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) = -3.09756$ in dobimo $K_3 = 173.327$ EUR na tono pšenice.

2. naloga

(a) **[3 točke]**

Izplačilo klasične evropske nakupne opcije na območju, kjer se opcijo splača izvršiti, zmanjšamo za premijo A, drugod pa pustimo nespremenjenega.



(b) **[3 točke]**

Za podatke $S_0 = 20$, $T = 3$, $u = 1.2$, $d = 0.8$ in $R = 5\%$ narišemo drevo dogodkov.

$$
\begin{array}{lccccccc}
B: & 1 & \text{———} & 1.05 & \text{———} & 1.05^2 & \text{———} & 1.05^3 \\
 & & & & & & & 34.56 \\
 & & & & & 28.8 & & \\
 & & & 24 & & & & 23.04 \\
S: & 20 & & & & 19.2 & & \\
 & & & 16 & & & & 15.36 \\
 & & & & & 12.8 & & \\
 & & & & & & & 10.24
\end{array}
$$

Ker računamo do prihodnosti nevtralno verjetnost, za numerar izberemo bančni račun.

Do prihodnosti nevtralni prehodni verjetnosti se s časom ne spreminjata in znašata $q = \frac{1+R-d}{u-d} = \frac{5}{8}$ ter $1 - q = \frac{3}{8}$.

Do prihodnosti nevtralne verjetnosti posameznih stanj dobimo z množenjem in seštevanjem vseh prehodnih verjetnosti, ki nas pripeljejo do izbranega stanja.

$$
\begin{array}{lccccccc}
 & & & & & & & (\frac{5}{8})^3 \\
 & & & & & (\frac{5}{8})^2 & & \\
 & & & \frac{5}{8} & & & & 3\cdot(\frac{5}{8})^2\cdot\frac{3}{8} \\
Q: & 1 & & & & 2\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{8} & & \\
 & & & \frac{3}{8} & & & & 3\cdot\frac{5}{8}\cdot(\frac{3}{8})^2 \\
 & & & & & (\frac{3}{8})^2 & & \\
 & & & & & & & (\frac{3}{8})^3
\end{array}
$$

(c) **[4 točke]**

Evropska nakupna opcija z izvršilno ceno $K = 22$ ponuja izplačila le ob zapadlosti:

Stanje	Cena delnice S_3	Verjetnost Q	Izplačilo $X_T = \max\{S_3 - K, 0\}$
u^3	34.56	$(\frac{5}{8})^3$	12.56
u^2d	23.04	$3\cdot(\frac{5}{8})^2\cdot\frac{3}{8}$	1.04
ud^2	15.36	$3\cdot\frac{5}{8}\cdot(\frac{3}{8})^2$	0
d^3	10.24	$(\frac{3}{8})^3$	0

Njeno premijo določimo z diskontiranjem pričakovanega izplačila glede na do prihodnosti nevtralno verjetnost

$c_X = \frac{1}{1.05^3}\left(12.56\cdot(\frac{5}{8})^3 + 1.04\cdot 3\cdot(\frac{5}{8})^2\cdot\frac{3}{8}\right) = 3.0437.$

(d) **[5 točk]**

Kjer je izplačilo klasične evropske nakupne opcije pozitivno, moramo odšteti premijo A. Drugod izplačil ni.

Stanje	Cena delnice S_3	Verjetnost Q	$Y_T = \max\{S_3 - K, 0\} - A \cdot 1_{\{S_3 > K\}}$
u^3	34.56	$(\frac{5}{8})^3$	$12.56 - A$
u^2d	23.04	$3 \cdot (\frac{5}{8})^2 \cdot \frac{3}{8}$	$1.04 - A$
ud^2	15.36	$3 \cdot \frac{5}{8} \cdot (\frac{3}{8})^2$	0
d^3	10.24	$(\frac{3}{8})^3$	0

Ker ob sklenitvi ni denarnih tokov, moramo z diskontiranjem pričakovanih izplačil dobiti vrednost 0. To na da enačbo

$$\frac{1}{1.05^3}\left((12.56 - A) \cdot (\tfrac{5}{8})^3 + (1.04 - A) \cdot 3 \cdot (\tfrac{5}{8})^2 \cdot \tfrac{3}{8}\right) = 0$$

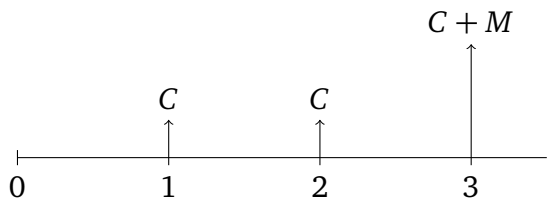
z rešitvijo $A = 5.1543$.

3. naloga

(a) **[4 točke]**

Podatki: $M = 100$ EUR, $T = 3$ leta, znesek posameznega kupona $C = 0.03 \cdot M = 3$ EUR.

Ceno ene obveznice določimo z diskontiranjem prihodnjih denarnih tokov.



Dobimo $C \cdot D(0,1) + C \cdot D(0,2) + (C + M) \cdot D(0,3) = \frac{C}{1+L(0,1)} + \frac{C}{1+2\cdot L(0,2)} + \frac{C+M}{1+3\cdot L(0,3)}$,

kar znese 99.40209 EUR.

Investitor je za 1000 obveznic plačal 99 402.09 EUR.

(b) **[6 točk]**

Lahko primerjamo s klasično zamenjavo. Če bi pri dani časovni strukturi obrestnih mer finančna institucija plačevala kupone po spremenljivi obrestni meri $L(j-1, j)$, bi moral investitor plačevati kupone po fikni obrestni meri L_{SWAP}, izračunani po formuli

$L_{\text{SWAP}} = \frac{1 - D(0,3)}{\Delta \sum_{j=1}^{3} D(0,j)} = 3.21\%$.

Ker investitor plačuje le 3% kupone, torej 0.21% manj, mora tudi finančna institucija ustrezno zmanjšati svoje kupone.

Torej je $\delta = -0.21\%$.

(c) **[6 točk]**

V trenutku 1 želimo izračunati vrednost zamenjave s fiksno obrestno mero $L = 3\%$ za imetnika dolge pozicije.

Glede na dinamiko denarnih tokov računamo

$V_{\text{SWAP}} = N \cdot \sum_{j=2}^{3} (L(1, j-1, j) + \delta - L) \cdot D(1, j)$.

Terminski obrestni meri sta $L(1,1,2) = L(1,2)$ in $L(1,2,3) = \frac{1+2\cdot L(1,3)}{1+L(1,2)} - 1 = 6.12\%$.

Dobimo $V_{\text{SWAP}} = 3163.53$ EUR.

(d) **[4 točk]**

Vrednost zamenjave iz točke (c) predstavlja vrednost *neto* razlike med prejemanjem spremenljivih in plačevanjem fiksnih kuponov.

Za določanje vrednosti portfelja moramo zato vrednosti zamenjave prišteti še vrednost obveznice: njenih fiksnih kuponov in glavnice.

Ena obveznica je vredna $C \cdot D(1,2) + (C + N) \cdot D(1,3) = 96.44288$ EUR.

Vrednost investitorjevega portfelja znaša $1000 \cdot 96.44288 + 3163.53 = 99\,606.41$ EUR.