Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

12. september 2011

Ime in priimek: ______________________________ Vpisna številka: ____________________

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.
Na voljo imate 110 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni do četrtka, 15. septembra 2011, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.					
2.				●	
3.					
Skupaj	●	●	●	●	

1. naloga [15 točk]

Cena delnice podjetja A danes znaša 80 EUR, podjetje pa v prihodnosti ne načrtuje izplačila dividend. Privzemite, da trg lahko modeliramo z binomskim modelom s parametri $u = 1.05$, $d = 0.95$ in $R = 2\%$. Na delnico v trenutku 0 napišemo tri opcije, vse z zapadlostjo $T = 2$.

(a) Prva opcija je evropska nakupna opcija z izvršilno ceno 82 EUR. V trenutku 0 določite njeno premijo v trenutku 1.

(b) Druga opcija je evropska prodajna opcija z izvršilno ceno 82 EUR. V trenutku 0 določite njeno premijo v času 1.

Tretja opcija je *opcija izbire* (*chooser option* ali *as you like it option*). To je izvedeni finančni instrument z izvršilno ceno K in zapadlostjo T, ki lastniku v trenutku U, $0 < U < T$, da pravico izbirati med evropsko nakupno in evropsko prodajno opcijo, obe z zapadlostjo T in izvršilno ceno K. Kupec premijo plača v času 0, tip opcije določi v trenutku U, do izplačil pa je upravičen ob zapadlosti T.

(c) Določite začetno premijo opcije izbire z izvršilno ceno 82, trenutkom izbire $U = 1$ in zapadlostjo $T = 2$.

(d) Opišite investitorja, ki bi bil lahko zainteresiran za nakup opcije izbire?

2. naloga [15 točk]

Amortizacijska zamenjava (*amortizing swap*) je zamenjava obrestnih mer, ki se od klasične zamenjave razlikuje v tem, da se njena navidezna glavnica s časom spreminja.

Naj bodo $t_0 = 0, t_1 = \Delta, \dots, t_n = n\Delta$ kuponski datumi. Imetnik dolge pozicije v amortizacijski zamenjavi v trenutku t_i, $i = 1, \dots, n$, plača znesek, vezan na N_i in konstantno obrestno mero L_{SWAP}, imetnik kratke pozicije pa tedaj plača znesek $N_i \Delta L(t_{i-1}, t_i)$. V nalogi privzemite, da navidezna glavnica pada aritmetično, to je $N_i = \frac{n+1-i}{n} N$.

(a) Pojasnite, kako lahko dolgo pozicijo v amortizacijski zamenjavi predstavimo z drugimi klasičnimi obrestnimi finančnimi instrumenti. Natančno specificirajte vse navedene instrumente in pozicije.

(b) Naj ima navadna obrestna mera v času 0 naslednjo časovno strukturo

T	0.5	1	1.5	2
$L(0, T)$	1.50%	1.75%	2.20%	2.70%

in naj bo $N = 100\,000$ EUR, $n = 3$ in $\Delta = \frac{1}{2}$. Določite vrednost amortizacijske zamenjave z obrestno mero $L_{\text{SWAP}} = 2.5\%$ za imetnika kratke pozicije ob sklenitvi v trenutku 0.

(c) Pri podatkih N, n in Δ iz naloge (b) določite obrestno mero L_{SWAP}, pri kateri bo vrednost amortizacijske zamenjave ob sklenitvi enaka 0.

3. naloga [20 točk]

Naj ima netvegana moč obresti v času 0 naslednjo časovno strukturo

T	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$Y(0,T)$	2.50%	2.75%	3.20%	3.70%	4.00%	4.35%

Finančna institucija je izdala kuponsko obveznico z nominalno vrednostjo 100 EUR, dospetjem 3 leta in letnimi kuponi po 5% kuponski obrestni meri.

(a) Določite ceno obveznice v času 0.

(b) Hkrati z izdajo obveznice želi finančna institucija izdati še evropske nakupne opcije z izvršilno ceno 102 EUR ter evropske prodajne opcije z izvršilno ceno 100 EUR. Vse opcije so napisane na kuponsko obveznico in imajo zapadlost 2, tik po izplačilu drugega kupona obveznice. Določite spodnjo in zgornjo mejo za premijo *prodajne* opcije v času 0.

(c) Privzemite, da se je za prodajno opcijo iz (b) na trgu za kratek čas izoblikovala cena 0.5 EUR. Dokažite, da je bilo s tem ustvarjeno arbitražno okno. Pripravite arbitražno strategijo.

(d) Kolikšna mora biti moč obresti $Y(2,3)$ v trenutku 2 po izplačilu kupona, da bosta opciji iz (b) imeli enako vrednost?