



## FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

5. september 2012

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.

Na voljo imate 120 minut. Veliko uspeha!

**Rezultati bodo objavljeni do četrтка, 6. septembra 2012, v spletni učilnici predmeta.**

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.					
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

### 1. naloga [15 točk]

Vlagateljica bi z banko sklenila dvoletno zamenjavo obrestnih mer, po kateri mora vlagateljica enkrat na leto plačati konstanten znesek  $C$ , banka pa vsake pol leta znesek, odvisen od polletne obrestne mere Euribor, objavljene na začetku obrestovalnega obdobja. Navidezna glavnica zamenjave je 500 000 EUR, vlagateljica bi prvi znesek plačala čez 1 leto, banka pa čez pol leta.

- (a) Na trgu veljajo naslednje netvegane navadne obrestne mere (Euribor)

$t$	0.5	1.0	1.5	2.0
$L(0, t)$	0.65%	0.90%	1.35%	1.90%

Določite znesek  $C$ , pri katerem bo vrednost zamenjave ob sklenitvi enaka 0.

- (b) Vlagateljica banki predlaga plačevanje letnih zneskov v višini  $C' = 10\,000$  EUR. Banka se s ponudbo strinja. Kolikšen pribitek/odbitek mora banka dodati spremenljivi obrestni meri Euribor, da bo vrednost zamenjave ob sklenitvi enaka 0?
- (c) Devet mesecev po sklenitvi zamenjave je dana nova časovna struktura navadnih obrestnih mer

$t$	1.0	1.5	2.0
$L(0.75, t)$	0.40%	0.85%	1.25%

Določite vrednost zamenjave s stališča vlagateljice, če je tri mesece prej veljalo  $L(0.5, 1) = 0.60\%$ .

## 2. naloga [15 točk]

Delnica podjetja B je danes vredna 50 EUR. Podjetje je ob času 0 najavilo, da bo čez 3 mesece izplačalo dividende v višini 0.70 EUR na delnico, čez 9 mesecev pa dividendo v višini 1.50 EUR na delnico. Privzemite naslednjo časovno strukturo netveganih moči obresti

$t$	0.25	0.50	0.75	1.00
$Y(0, t)$	3.00%	3.15%	3.25%	3.30%

- (a) Kaj lahko poveste o premiji ameriške prodajne opcije, napisane na delnico podjetja B, z zapadlostjo 6 mesecev in izvršilno ceno 52 EUR?
- (b) Ali je možna arbitražna, če je premija opisane opcije na trgu enaka  $p_0^A = 1.80$  EUR? Če da, pripravite arbitražno strategijo in določite arbitražni zaslužek?
- (c) Privzemite, da je premija opcije iz točke (a) enaka  $p_0^A = 2.80$  EUR. Kaj lahko poveste o premijah ameriške nakupne ter evropske nakupne in prodajne opcije z isto izvršilno ceno in zapadlostjo?
- (d) Ali je možna arbitražna, če je premija evropske prodajne opcije na trgu enaka  $p_0^E = 3.00$  EUR? Če da, pripravite arbitražno strategijo in določite arbitražni zaslužek?

### **3. naloga** [20 točk]

Obravnavamo model trga z dvema obdobjema in dvema vrednostnima papirjema. Prvi je bančni račun  $B$ , na katerem se stanje v obdobju od 0 do 1 obrestuje z obrestno mero 4%, v obdobju od 1 do 2 pa z obrestno mero 5%.

Drugi vrednostni papir je delnica z začetno ceno  $S_0 = 20$ . Do trenutka 1 vrednost delnice naraste za 5%, ostane nespremenjena ali pade za 10%. V obdobju  $[1, 2]$  nato vrednost delnice naraste za 10% ali pade za 5%, neodvisno od dogajanja v obdobju  $[0, 1]$ .

- (a) Narišite drevo dogodkov, ki prikazuje opisano negotovost.
- (b) Določite do tveganja nevtralno verjetnost v modelu in dokažite, da trg ne dopušča arbitraže. Ali je trg poln?
- (c) Ob času 0 na delnico  $S$  napišemo digitalno opcijo z zapadlostjo 2 in izvršilno ceno 20. Določite njeno premijo v času 0. Ali je opcija na trgu dosegljiva?  
*Digitalna opcija ob zapadlosti izplača znesek 1, če je tedaj cena delnice višja od izvršilne cene.*
- (d) Določite vse možne izvršilne cene  $K$ , pri katerih je digitalna opcija z zapadlostjo 2 na trgu dosegljiva.