Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

FINANČNA MATEMATIKA 1

Pisni izpit

10. september 2013

Ime in priimek: _____ Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse. Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Izpit morate obvezno oddati.

Pazite na zadostno natančnost pri računanju. Vse odgovore utemeljite.
Na voljo imate 120 minut. Veliko uspeha!

Rezultati bodo objavljeni do srede, 11. septembra 2013, v spletni učilnici predmeta.

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.				•	
2.					
3.				•	
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

Delnica podjetja B je danes vredna 250 USD. Podjetje je ob času 0 najavilo, da bo čez 6 mesecev izplačalo dividende v višini 5 USD na delnico. Privzemite naslednjo časovno strukturo netveganih moči obresti

t	0.25	0.50	0.75	1.00
$Y(0,t)$	2.30%	2.45%	2.55%	2.60%

(a) Kaj lahko poveste o premiji ameriške nakupne opcije, napisane na delnico podjetja B, z zapadlostjo 3 mesece in izvršilno ceno 251 USD?

(b) Privzemite, da je premija opcije iz točke (a) enaka $c_0^{\mathrm{A}} = 3.20$ USD. Kaj lahko poveste o premijah ameriške prodajne ter evropske nakupne in prodajne opcije z isto izvršilno ceno in zapadlostjo?

(c) Ali je možna arbitraža, če je premija evropske prodajne opcije na trgu enaka $p_0^{\mathrm{E}} = 2.50$ USD? Če da, pripravite arbitražno strategijo in določite arbitražni zaslužek?

Opomba: Privzemite, da premije ostalih opcij ustrezajo zahtevam iz (b).

2. naloga [15 točk]

Obravnavamo enoobdobni model trga, na katerem se trguje z delnico S z začetno ceno S_0 in bančnim računom B z netvegano obrestno mero R. V času 1 sta možni dve stanji sveta $\Omega = \{\omega_g, \omega_b\}$. Izplačili delnic sta odvisni od končnega stanja in sta podani z $S_1(\omega_g) = S_0 u$ in $S_1(\omega_b) = S_0 d$, kjer je $u > d > 0$.

(a) Navedite pogoje za parametre u, d in R, pod katerimi je obravnavani trg brez arbitraže.

(b) Naj bo $P(\omega_g) = p$ in $P(\omega_b) = 1 - p$ porazdelitev naravne verjetnosti na Ω. Izračunajte pričakovani donos delnice S.

Pomoč: Donos je slučajna spremenljivka $r = \frac{S_1 - S_0}{S_0}$.

(c) Pokažite, da je tveganost delnice S sorazmerna z $u - d$. Izraz faktorizirajte.

Pomoč: Tveganost je standardni odklon slučajne spremenljivke r.

(d) *Statistično ocenjevanje modela.* Iz preteklosti vemo, da sta povprečen donos in tveganost delnice enaka $\frac{1}{3}$. Privzemite, da v modelu velja $u > 1$ in $d = u^{-1}$. Določite u in p tako, da bo pričakovan donos delnice enak njenemu povprečnemu donosu, tveganost pa pretekli tveganosti.

Nasveti:

- *Iz enačbe (c) za tveganost zapišite enačbo za disperzijo slučajne spremenljivke* r.
- *Iz enačbe (b) za pričakovan donos izrazite* p *in ga vstavite v enačbo za disperzijo.*
- *Upoštevajte, da je* $d = u^{-1}$ *in poiščite rešitev.*

3. naloga [20 točk]

Privzemite dvoobdobni binomski model trga s parametri $S_0 = 40$, $u = 1.2$, $d = 0.9$ in $R = 2\%$.

Ruska opcija (*Russian option*) je pogojna terjatev, ki imetniku ob izvršitvi v trenutku t izplača najvišjo že doseženo vrednost delnice S, diskontirano za starost opcije. To pomeni, da ob izvršitvi v trenutku $t \in \{0, 1, 2\}$ izplača znesek $\beta^t \cdot \max_{0 \le s \le t} S_s$, kjer je $\beta = 0.95$. Opcijo od izdaje do zapadlosti $T = 2$ lahko izvršimo največ enkrat.

(a) Narišite drevo dogodkov in na njem predstavite proces notranje vrednosti ruske opcije.

(b) Določite premijo ruske opcije in opišite optimalno strategijo izvrševanja.

(c) Določite zaščitno strategijo izdajatelja ruske opcije. Ne pozabite, obravnavati vseh možnosti.