



FINANČNA MATEMATIKA 1

1. kolokvij

6. april 2009



Ime in priimek: _____ Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 3, rešiti morate vse.
Skupaj lahko zberete 50 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, na katerem so naloge.

Vse odgovore utemeljite. Na voljo imate 120 minut. Veliko uspeha!

Naloga	a	b	c	d	Skupaj
1.			•	•	
2.				•	
3.					
Skupaj	•	•	•	•	

1. naloga [15 točk]

- (a) Za obveznico z nominalno vrednostjo 100 EUR in dospetjem 6 mesecev je investitor plačal 95 EUR. Kdaj bo vrednost obveznice dosegla 99 EUR, če se obrestna mera ne spreminja? Uporabite zvezno obrestovanje.
- (b) Kuponska obveznica z dospetjem n let izplačuje polletne kupone po nominalni kupon-ski obrestni meri c , prvega čez pol leta. Določite c tako, da se bo v času 0 obveznica prodajala pri svoji nominalni vrednosti (*at par*). Uporabite mesečno obrestovanje z nominalno obrestno mero R .

2. naloga [15 točk]

V januarju 2010 (čez 9 mesecev) boste v gorskem letovišču organizirali športno tekmovanje. Celotni stroški prireditve bodo znašali 22 000 EUR. Tekmovanje naj bi si ogledalo 5000 ljudi, cena posamezne vstopnice pa bo 5 EUR. Iz preteklih izkušenj veste naslednje: če je na dan prireditve zelo mrzlo, se število gledalcev zmanjša za 10%, če pa na dan prireditve sneži, se število gledalcev zmanjša za 20%. V primeru obeh nevšečnosti hkrati se število gledalcev zmanjša za oba faktorja.

- (a) Letne vremenske napovedi za januar napovedujejo 20% verjetnost sneženja in 15% verjetnost hudega mraza. Privzemite neodvisnost vremenskih dogodkov in izračunajte vaš pričakovani dobiček (= zaslužek iz prodaje vstopnic – stroški).
- (b) Zavarovalnica vam danes ponuja naslednja produkta:

produkt	cena	izplačilo na dan prireditve
<i>snežko</i>	1 EUR	2 EUR, če na dan prireditve sneži, 0 sicer
<i>mrazko</i>	2 EUR	3 EUR, če je na dan prireditve zelo mrzlo, 0 sicer

Uporabite vremensko negotovost iz točke (a) in opišite model trga, na katerem se prodajata le ta dva produkta. Določite množico vseh vektorjev cen stanj (*state-price*).

- (c) Kot organizator tekmovanja nikakor ne želite, da bi se prireditev končala z izgubo, zato se odločite za nakup snežkov in mrazkov pri zavarovalnici. Kakšen je najmanjši znesek, ki ga morate plačati zavarovalnici, da se prireditev zagotovo ne bo končala z izgubo? Omenjenega zneska *ne* prišteevajte k stroškom prireditve.

3. naloga [20 točk]

V enoobdobnem modelu trga s tremi vrednostnimi papirji so v času $t = 1$ možna tri stanja ω_1 , ω_2 in ω_3 . Prvi papir je netvegana obveznica s ceno 1 in netvegano obrestno mero R . Drugi papir je delnica S s ceno $S(0) = 2.5$, tretji pa delnica W s ceno $W(0) = 5$. V času 1 sta

vrednosti delnic odvisni od stanja in sta podani z $S(1) = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ in $W(1) = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{bmatrix}$.

- (a) Poiščite množico do tveganja nevtralnih verjetnosti in določite potrebne in zadostne pogoje za R , pod katerimi je trg brez arbitraže.
- (b) Dokažite, da pod pogoji iz točke (a) trg ni poln.
- (c) Banka želi na trgu ponuditi še dva instrumenta: instrument C v času 1 ponuja izplačila $2 \cdot |S(1) - S(0)|$, instrument D pa izplačila $|S(1) - W(1)|$. Določite pošteni ceni instrumentov C in D .
- (d) Banka se je odločila, da bo na trgu ponudila le enega od instrumentov C oziroma D . Katerega naj ponudi, da bo trg postal poln?